

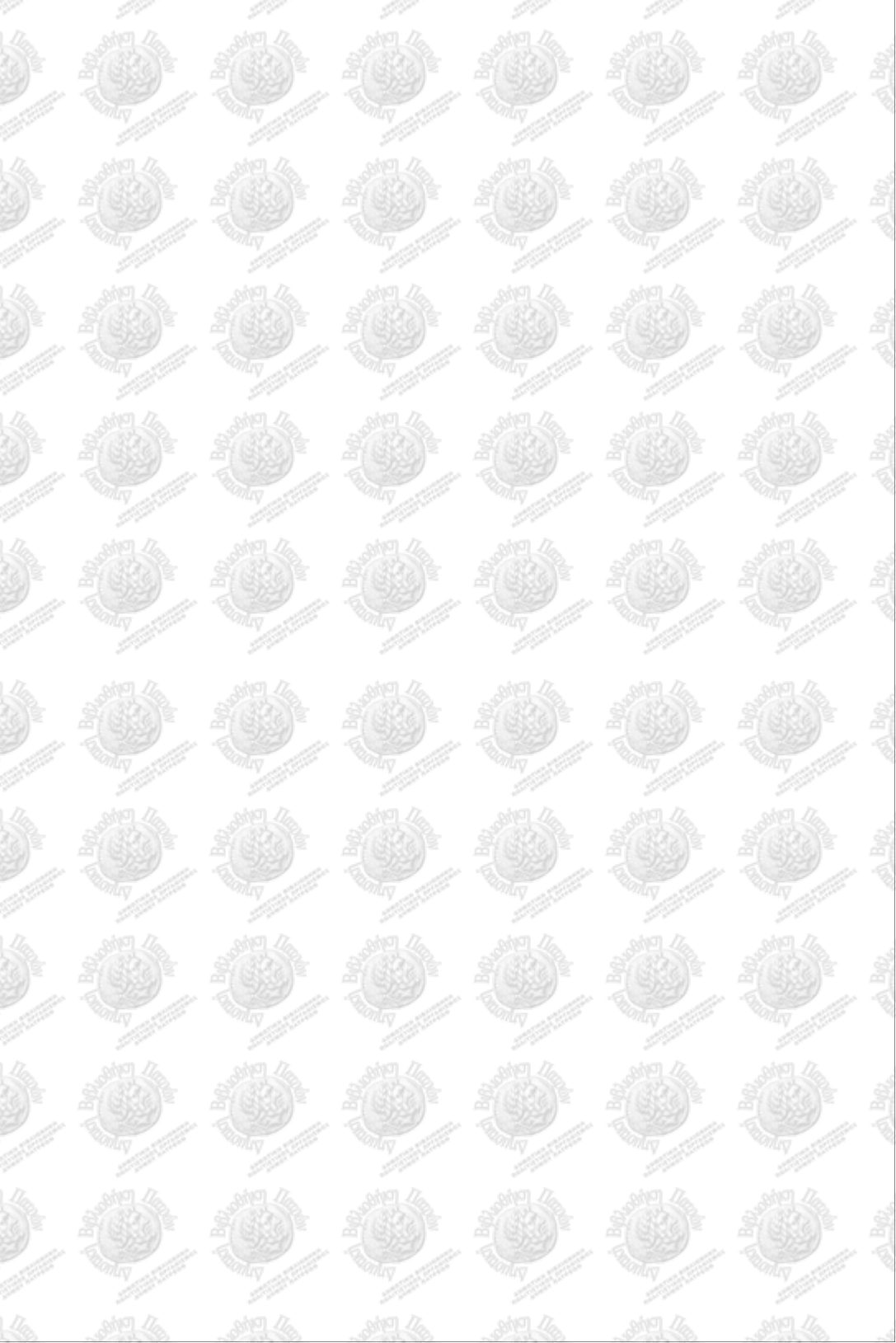
Ι. ΚΑΜΠΑΝΑ

# Μεθοδική ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ 5 Διημερίου



Εκδοτικός Οίκος  
Χαρ. Καψάλης

711  
ΚΑ  
2831  
ΑΘΗΝΑΙ



ΙΩΑΝΝΟΥ ΚΑΜΠΑΝΑ

# ΜΕΘΟΔΙΚΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

*Συγκεκριμένη διὰ τῆς ὑπ' ἀριθ. 40376/1949  
ἐγκυκλίου Ὑπουργείου Παιδείας πρὸς ὅλας  
τὰς ἐμπαιδευτικὰς ἀρχὰς τοῦ Κράτους.*

(Πρῶξις Ἀνωτάτου Συμβουλίου  
Ἐκπαίδευσως 24 ἔ 7) 19-4-1949)

ΕΚΔΟΣΗ ΠΕΜΠΤΗ

*Βελτιωμένη*



Ἐκδοτικὸς Οἶκος: ΧΑΡ. ΚΑΓΙΑΦΑ  
ΑΘΗΝΑΙ (Λέκκα 12)—ΠΑΤΡΑΙ (Ἑρμοῦ 14)

Τὰ γνήσια αντίτυπα τοῦ βιβλίου τούτου, ἔχουν ἐδῶ τὴν  
ὕπογραφή τοῦ συγγραφέως.

Σκουρτζής

# ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ

(ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΔΙΔΑΧΘΕΝΤΩΝ ΣΤΙΣ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΕΣ ΤΑΞΕΙΣ)

## Α'. ΑΚΕΡΑΙΟΙ ΚΑΙ ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ

### Προβλήματα :

1. Ἡ αὐλή τοῦ σχολείου ἔχει πλάτος 32,50 μέτρα. Ἄν τὴν πλατύνωμε 3,25 μ. ἀπὸ τὸ ἓνα μέρος καὶ 2,90 μ. ἀπὸ τὸ ἄλλο τί πλάτος θὰ ἔχη ;

2. Τὸ μήκος καὶ τῶν τεσσάρων πλευρῶν τῆς αὐλῆς εἶναι 138,60 μ. καὶ οἱ τρεῖς πλευρὲς εἶναι 106,10 μ. Πόσο εἶναι τὸ μήκος τῆς τετάρτης πλευρᾶς ;

3. Ἡ Μακεδονία ἔχει ὡς 1.600.000 κατοίκους καὶ ἕκταση 34.600 τετρ. χιλιόμετρα. Πόσοι κάτοικοι ἀναλογοῦν στὸ τετραγωνικὸ χιλιόμετρο ;

4. Ἀγοράσαμε 754,50 μ. ἀγκαθωτὸ σύρμα νὰ φράξωμε τὸν κήπο μας πρὸς 780 δραχμὲς τὸ μέτρο καὶ 325,60 μ. γυμνὸ σύρμα πρὸς 540 δραχμὲς τὸ μέτρο. Τί θὰ πληρώσωμε ;

5. Αὐτοκίνητον ἔχει νὰ διανύσῃ ἀπόσταση 286,800 χιλιομέτρων. Ὡς τώρα διήνυσεν ἀπόσταση 9 ὥρων ἀπὸ 28,40 χιλ. τὴν ὥρα. Πόσα χιλιόμετρα ἔχει νὰ διανύσῃ ἀκόμη ;

6. Ἄλλο αὐτοκίνητο σὲ 7 ὥρες διανύει ἀπόσταση 227,5 χιλιομέτρων. Πόσα χιλιόμετρα διανύει τὴν ὥρα ;

7. Πεζοπόρος ἔχει νὰ διανύσῃ ἀπόσταση 57,20 χιλιομέτρων καὶ ἔκανόνισε νὰ βαδίζῃ 5,2 χιλ. τὴν ὥρα. Μετὰ πόσες ὥρες θὰ φθάσῃ ;

8. Ἡ σιδηροδρομικὴ γραμμὴ Θεσσαλονίκης—Ἀλεξανδρουπόλεως ἔχει μήκος 442 χιλιομέτρων. Ὁ σιδηρόδρομος διανύει τὸ διάστημα αὐτὸ σὲ 12,2 ὥρες. Πόσα χιλιόμετρα διανύει κατὰ μέσον ὄρο τὴν ὥρα ;

9. Ὁ Κώστας ἔδωκε στὸ Χρῆστο 125 ὀκάδες μαλλιά κα

τά ελογάριασαν πρὸς 5.200 δραχμὲς τὴν ὁκά, Ὁ Χρῆστος πάλι ἔδωκε στὸν Κώστα 123,5 ὁκάδες σιτάρι πρὸς 2100 δραχ. τὴν ὁκά καὶ 48 ὁκάδες φασόλια πρὸς 3050 τὴν ὁκά. Θὰ πάρῃ ὑπόλοιπο ὁ πρῶτος καὶ πόσο ;

10. Ἀγόρασα 2450 ὁκάδες πατάτες πρὸς 2150 δραχμὲς τὴν ὁκά. Ἀπ' αὐτὲς ἐσάπισαν 125,5 ὁκ. καὶ τίς ὑπόλοιπες ὁκάδες ἐπώλησα πρὸς 2300 δραχμὲς. Ἐκέρδισα ἢ ἔχασα καὶ πόσο ;

11. Γεωργὸς ἐπώλησε 912 ὁκάδες σιτάρι πρὸς 3000 δραχμὲς τὴν ὁκά καὶ μὲ τὰ χρήματα ποῦ εἰσέπραξε ἀγόρασε 18 πρόβατα. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ;

12. Ὁ ἴδιος ἐπώλησε καὶ 168 ὁκάδες φασόλια πρὸς 4120 δραχμὲς τὴν ὁκά. Μὲ τὰ χρήματα αὐτὰ ἀγόρασε 6,5 μέτρα ὕφασμα μάλλινο πρὸς 24.500 δραχμὲς τὸ μέτρο καὶ 35,25 μ. βαμβακερὸ ὕφασμα πρὸς 5260 δραχ. τὸ μέτρο. Πόσα χρήματα τοῦ ἔμειναν ;

## Β' ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΔΙ' ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΣΤΗ ΜΟΝΑΔΑ

### α') Μὲ ποσὰ ἀνάλογα

1. Ἀγόρασα 8 μολύβια καὶ ἐπλήρωσα 6.400 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς μοῦ ελογάριασαν τὸ 1 μολύβι ; Καὶ πόσες δραχμὲς θὰ ἐπλήρωνα ἂν ἀγόραζα 12 μολύβια ;

2. Ἀγόρασα ἀκόμη καὶ 5 μαντήλια καὶ μοῦ ἐκράτησαν 24.000 δραχμὲς. Πόσο ἔχει ἡ δωδεκάδα.

3. Ἀντιγράψω 10 σελίδες ἀπὸ ἓνα κείμενο καὶ κάνω 4 ὄρες. Πόσες ὄρες θὰ κάνω ν' ἀντιγράψω ἄλλο κείμενο 35 σελίδων ; Καὶ πόσες ν' ἀντιγράψω τρίτο κείμενο 52 σελίδων ;

4. Ἐπῆγα στὸ χαρτοπωλεῖο τῆς συνοικίας κι ἔδωκα γιὰ 16 δεκάρια κόλλες 13.600 δραχμὲς. Ἐνας φίλος μου χρειάζεται 25 δεκάρια ἀπὸ τὸ ἴδιο χαρτί. Πόσο θὰ πληρώσῃ ;

5. Ἐνας τενεκὲς χωρεῖ 13,5 ὁκ. λάδι καὶ στοιχίζει μόνο τὸ λάδι 167.400 δραχμὲς. Ἐγὼ θέλω ν' ἀγοράσω 37,5 ὁκ. λάδι ἀπὸ τὴν ἴδια ποιότητα. Πόσο θὰ πληρώσω ;

6. Ἄν οἱ 9 ὁκάδες σιτάρι ἔχουν 22.050 δραχμὲς, πόσες δραχμὲς θὰ πάρω ἂν πωλήσω 63 ὁκ. σιτάρι ; Καὶ πόσες ἂν πωλήσω 456 ὁκάδες ;

7. Ένα τόπι ύφασμα 52 πήχων έχει 235.300 δραχμές. Η κ. Ελένη θέλει ν' αγοράσει 17 πήχεις και η κ. Σοφία 38,25 πήχεις από το ίδιο ύφασμα. Πόσες δραχμές θα πληρώσει η κάθε μία ;

### β') Μὲ ποσὰ ἀντίστροφα

1. Οἱ 5 ἐργάτες σκάβουν τὸ ἀμπέλι μου σὲ 4 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τὸ σκάψει ὁ ἕνας ἐργάτης ; Καὶ σὲ πόσες ἡμέρες τὸ σκάβουν οἱ 10 ἐργάτες ;

2. Ένα ἄλλο κτῆμα μου, πιὸ μεγάλο, τὸ σκάβουν 4 ἐργάτες σὲ 12 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τὸ σκάψουν οἱ 6 ἐργάτες ;

3. Έργάτης ὅταν ἐργάζεται 9 ὥρες τὴν ἡμέρα, τελειώνει μιὰ ἐργασία σὲ 13 ἡμέρες. Σὲ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώσει τὴν ἴδια ἐργασία ἂν ἐργάζεται 6 ὥρες τὴν ἡμέρα ; Καὶ πόσες ἂν ἐργάζεται 10 ὥρες ;

4. Μιὰ διμοιρία στρατοῦ ἀπὸ 32 ἄνδρες ἔχει τροφές γιὰ 15 ἡμέρες. Ἡ διμοιρία αὐτὴ ἐνισχύθηκε ἀκόμη μὲ 16 ἄνδρες. Πόσες ἡμέρες θὰ περάσουν ὅλοι οἱ ἄνδρες μὲ τίς ἴδιες τροφές ;

5. Ὁ κ. Ἀνδρέας ἐκανόνισε νὰ ἐξοδεύῃ τὸ παιδί του 9000 δραχμές τὴν ἡμέρα καὶ τοῦ ἔδωκε χρήματα γιὰ 20 ἡμέρες. Ἐκεῖνο ὁμως ἐξώδευε 12000 δραχ. τὴν ἡμέρα. Ἐπειτα ἀπὸ πόσες ἡμέρες θὰ τελειώσουν τὰ χρήματα ποὺ τοῦ ἔδωκε ὁ πατέρας του ;

6. Ένας ταχυδρόμος ὅταν βαδίζει 4,5 χιλιόμετρα τὴν ὥρα κάνει τὸ δρομολόγιό του σὲ 5 ὥρες. Μιὰ ἡμέρα ἦταν μεγάλη ἀνάγκη νὰ φθάσει στὸν προορισμό του κι ἐβάδιζε 7,2 χιλ. τὴν ὥρα. Πόσες ὥρες ἔκαμε ;

7. Κτηνοτρόφος εἶχε 24 ζῶα κι ἀγόρασε τροφή νὰ περάσουν 36 ἡμέρες. Τὴν ἴδια ἡμέρα ἀγόρασε ἄλλα 9 ζῶα. Πόσες ἡμέρες θὰ περάσουν ὅλα τὰ ζῶα του μὲ τίς ἴδιες τροφές ;

## Γ'. ΣΥΜΜΙΓΕΙΣ ΑΡΙΘΜΟΙ

### Ι. Μονάδες μήκους

**Ἄσκησεις :**

**Πρῶτη ομάδα.** 1. Έμπορος εἰσήγαγε στὸ κατάστημά του ὕφασμα μήκους 50 ὑάρδων καὶ θέλει νὰ πωληθῇ μὲ τὸ μέτρο. Πόσα μέτρα εἶναι τὸ ὕφασμα ;

2. Ὁ ἴδιος εἰσήγαγε καὶ ἄλλο ὕφασμα, μήκους 200 ὑάρδων. Πόσα μέτρα εἶναι καὶ τὸ ὕφασμα αὐτό ;

3. Ἡ μητέρα τοῦ Κωστάκη ἀγόρασε 52 ἐμπορικοὺς πήχεις χασέ, νὰ κάμη ἐσώρουχα καὶ ἄλλα εἶδη τοῦ σπιτιοῦ της. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμοῦν οἱ 52 πήχεις ;

4. Μὲ πόσα μέτρα ἰσοδυναμοῦν οἱ 75 πήχεις ; Καὶ οἱ 180 πήχεις ;

5. Τὸ οἰκόπεδό μου ἔχει μῆκος 36 τεκτ. πήχεις. Πόσα μέτρα εἶναι τὸ μῆκος τοῦ οἰκοπέδου ;

**Δευτέρα ομάδα.** 1. Σ' ἓνα ἐμπορικὸ κατάστημα εἶναι ἓνα τόπι ὕφασμα μήκους 35 μέτρων καὶ πρέπει νὰ πωληθῆ μετὴν ὑάρδα. Πόσες ὑάρδες εἶναι ;

2. Ὁ κ. Ἀνδρέας ἔφραξε τὸ ἐλαιοπερίβολό του μετὰ μάνδρα μήκους 180 μέτρων. Ἔχει ὅμως συμφωνήσει νὰ πληρώσῃ τοὺς κτίστες μετὸν τεκτονικὸ πῆχυ. Πόσοι τεκτ. πήχεις εἶναι ἡ μάνδρα ;

3. Ὁ ἴδιος ἀγόρασε σταφιδόπανο μήκους 120 μέτρων ἀλλὰ θὰ τὸ πληρώσῃ μετὸν πῆχυ. Πόσοι πήχεις εἶναι τὸ σταφιδόπανο ;

4. Ὁ γείτονας τοῦ κ. Ἀνδρέα — σταφιδοπαραγωγὸς καὶ αὐτὸς—ἀγόρασε 130 μ. σταφιδόπανο. Πόσοι πήχεις εἶναι ;

5. Ἐμπορὸς ἔχει διατιμήσει ἓνα ὕφασμα πρὸς 125.000 δραχμὲς τὸ μέτρο, ἀλλὰ θέλει νὰ τὸ πωλήσῃ μετὸν πῆχυ. Πόσες δραχμὲς θὰ πωλήσῃ τὸν πῆχυ ;

**Τρίτη ομάδα.** 1) Γιὰ νὰ κάνω δύο ἐνδυμασίαις, χρειάζομαι 6 ὑάρδες ὕφασμα. Τὸ εἶδος αὐτὸ τοῦ ὕφασματος ὁ ἔμπορος πωλεῖ μετὸν ἐμπορικὸ πῆχυ. Πόσους πήχεις πρέπει ν' ἀγοράσω ;

2. Ἐνα ὀρφανοτροφεῖο γιὰ νὰ κάνῃ χειμερινὰς ἐνδυμασίαις τῶν μικρῶν τροφίμων του χρειάζεται 225 ὑάρδες ὕφασμα. Τὸ ὕφασμα αὐτὸ στὰ ἐμπορικὰ πωλεῖται μετὸν πῆχυ. Πόσοι πήχεις πρέπει ν' ἀγορασθοῦν ;

3. Τὸ ἴδιο ἴδρυμα πρόκειται ν' ἀγοράσῃ καὶ 180 ὑάρδες ἄλλο ὕφασμα γιὰ ἐσώρουχα. Πόσους πήχεις θ' ἀγοράσῃ ;

4. Οἱ 68 ἐμπορικοὶ πήχεις νὰ γίνου(ν) α') ὑάρδες, β') μέτρα.

5. Μοῦ ἔστειλαν ἀπὸ τὴν Ἀγγλίαν 12 ὑάρδες μάλλινον ὕφασμα καὶ τὸ ὑπελόγησαν πρὸς 112.000 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσες δραχμὲς στοιχίζει ;



## 2. Μονάδες έπιφανείας

### Άσκησης :

1. Ένα μικρό δωμάτιο έχει έκταση 9 τετραγ. μέτρων. Πόσες τετραγωνικές παλάμες είναι; Και πόσοι τετρ. δάκτυλοι;
2. Πόσοι τετρ. δάκτυλοι είναι οι 45 τετρ. παλάμες και 60 τετρ. δάκτυλοι;
3. Το οικόπεδό μου έχει έκταση 1306 τετρ. τεκτονικών πήχεων και το έπώλησα προς 25.000 δραχμές το τετραγ. μέτρο. Πόσο στοιχίζει;
4. Η αύλη του σχολείου έχει έκταση 124 τετρ. μέτρων. Πόσοι τετρ. τεκτονικοί πήχεις είναι;
5. Ο Νομός Άττικής έχει έκταση 3400 τετρ. χιλιομέτρων. Πόσα στρέμματα είναι;
6. Ο δεκαδικός 4,5230 τ. μ. ίσοῦται με το συμμαγή: 4 τ.μ. 52 τ. παλ. και 30 τ. δακτύλους. Τρέψετε και σεις σε συμμαγείς τους δεκαδικούς: 1,2056 τ. μ., 3,4265 τ. μ., 8,35 τ. μ. 0,2420 τ. μ., 0,0810 τ. μ.

## 3. Μονάδες όγκου

### Άσκησης :

1. Ένα κιβώτιο έχει όγκο 3 κυβ. μέτρα. Με πόσες κυβ. παλάμες ίσοδυναμεί;
2. Οι 324 κυβικές παλάμες να γίνουν κυβικοί δάκτυλοι.
3. Ο συμμαγής 12 κυβ.παλ. και 150 κυβ. δάκτυλοι, να γίνη άπλοῦς αριθμός (κυβικοί δάκτυλοι).
4. Ο συμμαγής 5 κυβ. μέτρα, 230 κυβ. παλ. και 125 κυβ. δάκτυλοι, να γίνη άπλοῦς αριθμός.
5. Και ο άπλοῦς αριθμός 1.450.800 κυβ. δάκτυλος να γίνη συμμαγής.
6. Ο συμμαγής 3.256.450 κυβ. μ. ίσοῦται με το συμμαγή 6 κ. μ. 256 κ. παλ. και 450 κ. δακτύλους.
7. Τρέψετε και σεις σε συμμαγείς τους δεκαδικούς: 0,350420 κ. μ. 4,025320 κ. μ. 18,0265 κ. μ.

## 4. Μονάδες βάρους

### Άσκησης :

1. Οι 10 όκάδες καφές πόσα δράμια είναι; Πόσα γραμμάρια; Και πόσα χιλιόγραμμα;

2. Για την επιδιόρθωση του σχολείου χρειάζονται 25 στατήρες άσβέστης. Πόσες δραχμές στοιχίζει ο άσβέστης αν υπολογισθῆ πρὸς 500 δραχμές τὴν ὀκά ;

3. Ἐνα φορτίο ἔχει βάρος 1520 χιλιογράμμων. Πόσες ὀκάδες εἶναι ;

4. Σὲ μιὰ ἀποθήκη ὑπάρχουν 25 τόννοι καὶ 328 ὀκάδες σιτάρι. Πόσες ὀκάδες εἶναι ὄλο τὸ σιτάρι καὶ τί στοιχίζει ἂν ἡ ὀκά τιμᾶται 2120 δραχμές ;

5. Σταφιδοπαραγωγὸς ἐπώλησε 150 σακκιὰ σταφίδα τῶν 80 ὀκάδων ἕκαστον, πρὸς 750.000 δραχμές τὸ χιλιόλιτρο. Πόσες δραχμές θὰ λάβῃ ;

## 5. Μονάδες χρόνου

### Ἀσκήσεις :

1. Τὰ πρῶτὰ μαθήματα διαρκοῦν 4 ὥρες καὶ 20' (πρῶτα λεπτά). Μὲ πόσα πρῶτα λεπτά ἀναλογεῖ τὸ διάστημα τοῦτο ; Καὶ μὲ πόσα δευτερόλεπτα ;

2. Ὁ Γιώργος ἔχει ἡλικία 10 ἐτῶν καὶ 5 μηνῶν. Πόσων μηνῶν εἶναι ;

3. Ἡ Ἑλένη εἶναι 10 ἐτῶν, 8 μηνῶν καὶ 20 ἡμερῶν. Πόσες ἡμέρες ἔχουν περάσει ἀπὸ τότε ποὺ ἐγεννήθηκε ;

4. Ὁ συμμαγῆς 4 μῆνες καὶ 16 ἡμέρες νὰ γίνῃ ἀπλοῦς (ἡμέρες).

5. Νὰ γίνῃ ἀπλοῦς ἀριθμὸς, ὁ συμμαγῆς: 8 ὥρες 46' καὶ 25''.

6. Καὶ οἱ ἀριθμοὶ 125 ἡμέρες, 5650 ὥρες, 7500' 15200'', νὰ γίνουν συμμαγεῖς.

## 6. Μονάδες νομισμάτων

### Ἀσκήσεις :

1. Οἱ 5 λίρες Ἀγγλίας χάρτινες καὶ 14 σελλίνια, νὰ γίνουν ὄλα σελλίνια.

2. Καὶ οἱ 12 λίρες, 17 σελλίνια καὶ 7 πέννες, νὰ γίνουν ὄλα πέννες.

3. Νὰ γίνουν συμμαγεῖς (λίρες κτλ) : α') τὰ 75 σελλίνια, β') οἱ 1525 πέννες.

4. Μοῦ ἔστειλαν ἀπὸ τὴν Ἀγγλία 825 χάρτινες λίρες. Πό-

σες δραχμές θά μᾶς δώση μ' αὐτὲς ἡ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος, ἂν ἡ λίρα ἔχει 40000 δραχμές ;

5. Πόσες δραχμές κάνουν οἱ 17 λίρες, 15 σελλίνια καὶ 10 πέννες ;

6. Ἐμπορος ἀγόρασε ἐμπόρευμα ἀξίας 575 δολλαρίων. Πόσες δραχμές ἐπλήρωσε ἂν τὸ δολλᾶριο ἔχει 14500 δραχμές ;

7. Στὴν Ἀμερικὴ σπουδάζει ἕνας συγγενὴς μας καὶ θέλομε νὰ τοῦ στείλωμε 4.350.000 δραχμές. Μὲ πόσα δολλᾶρια θά ἀνταλλάξωμε τὸ ποσὸ τοῦτο ;

8. Ἐνας ἔμπορος θέλει νὰ ταξιδεύσῃ στὴ Γαλλία. Μὲ πόσα γαλλικὰ φράγκα θ' ἀνταλλάξῃ 12.650.000 δραχμές, ἂν τὸ γαλλικὸ φράγκο ἔχει 30 δραχμές ;

## ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΣΥΜΜΙΓΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

### 1. Πρόσδεση

#### Προβλήματα :

1. Ἡ μητέρα ἀγόρασε δύο τεμάχια ἀπὸ τὸ ἴδιο ὕφασμα γιὰ νὰ κἀνῃ σεντόνια. Τὸ ἓνα εἶναι 28 πήχεις καὶ 2 ρούπια καὶ τὸ ἄλλο 36 πήχεις καὶ 5 ρούπια. Πόσο ὕφασμα εἶναι ὄλο ;

2. Ἡ Μαρία ἐπλεξε 8 πήχεις καὶ 6 ρούπια δαντέλα καὶ ἡ Τασία 3 πήχεις καὶ 5 ρούπια περισσότερο ἀπὸ τὴ Μαρία. Πόση δαντέλα ἐπλεξε ἡ Τασία ;

3. Ὁ πατέρας τοῦ Κωστάκη ἔχει καφενεῖο καὶ ἀγόρασε τρία σακκιά κάρβουνα. Τὸ α' σακκὶ ζυγίζει 1 στατ., 5 ὀκάδες καὶ 100 δράμια. Τὸ β' 1 στατ., 7 ὀκ. καὶ 250 δραμ. καὶ τὸ γ' 43 ὀκ. καὶ 350 δράμια. Τὶ βᾶρος ἔχουν καὶ τὰ τρία σακκιά ;

4. Τὸ λεωφορεῖο ἀνεχώρησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὶς 6 ὥρ. 15' καὶ 25'' π. μ. καὶ ἔφθασε στὴν Πάτρα ἔπειτα ἀπὸ 5 ὥρες 52' καὶ 45''. Ποιὰ ὥρα ἀκριβῶς ἔφθασε ;

5. Ἐμπορος γιὰ νὰ εἰσαγάγῃ ἀπὸ τὴν Ἀγγλία ἐμπορεύματα, ἔκαμε τρία ἐμβάσματα : Τὸ α' ἐμβασμα εἶναι 425 ἀγγλικὲς λίρες χάρτινες καὶ 12 σελλίνια· τὸ β' 284 λίρες, 18 σελ. καὶ 7 πέννες καὶ τὸ γ' 1636 λίρες, 15 σελ. καὶ 8 πέννες. Πόσα χρήματα εἶναι καὶ τὰ τρία ἐμβάσματα ;

6. Ὁ Πέτρος ἔχει ἡλικία 9 ἐτῶν, 7 μηνῶν καὶ 20 ἡμερῶν

καὶ ὁ Ἀντώνης 3 ἐτῶν, 6 μηνῶν καὶ 28 ἡμερῶν περισσότερο.  
Τὴ ἡλικία ἔχει ὁ Ἀντώνης ;

7. Ἡ ἀδελφὴ τοῦ Ἀνδρέα ἐγεννήθηκε στὶς 20 Μαρτίου τοῦ 1930 καὶ ἔζησε 18 ἔτη, 2 μῆνες καὶ 12 ἡμέρες. Πότε ἐπέθανε ;

## 2. Ἀφαίρεση

### Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :

1. Κρεοπώλης εἶχε 38 ὄκ. καὶ 350 δραμ. κρέας καὶ ἐπώλησε 23 ὄκ. καὶ 250 δράμια. Πόσο κρέας ἔμεινε ;

2. Ἐπειτα ἀπὸ λίγη ὥρα ἐπώλησε ἄλλες 6 ὄκ. καὶ 300 δράμια. Τὶ ὑπόλοιπο ἔχει ;

3. Ἐμπορος εἶχε 124 πήχεις καὶ 5 ρούπια ἀπὸ ἓνα ὕφασμα καὶ διέθεσε 76 πηχ. καὶ 7 ρούπια. Πόσο ὕφασμα ἔμεινε ;

4. Ὁ ἴδιος ἔμπορος ἀγόρασε ἐμπορεύματα ἀξίας 2480 λιρῶν καὶ 15 σελλινίων καὶ ἔδωσε ἔναντι 1785 λίρες, 12 σελ. καὶ 8 πέννες. Τὶ ποσὸν ὀφείλει ἀκόμη ;

5. Εἶχα στὴν ἀποθήκη μου 50 στατῆρες ἀσβέστη καὶ διέθεσα 24 στατῆρες, 32 ὄκ. καὶ 250 δράμια. Τὶ ὑπόλοιπο ἔμεινε ;

6. Αὐτοκινητάμαξα κάνει τὸ δρομολόγιο σὲ 8 ὥρες, 40' καὶ 45". Μιὰ ἡμέρα λόγφ βλάβης τῆς γραμμῆς καθυστέρησε καὶ ἔκανε 11 ὥρες, 10' καὶ 30". Πόση καθυστέρηση εἶχε ;

7. Τὸ βάρος ἑνὸς βαγονίου μὲ τὸ ἐμπόρευμα εἶναι 15 τόννοι καὶ 350 χιλιόγραμμα. Τὸ ἐμπόρευμα εἶναι 11 τόννοι καὶ 750 χιλ. Ποιὸ εἶναι τὸ ἀπόβαρο τοῦ βαγονίου ;

8. Μία κόρη ἐγεννήθηκε στὶς 8 Μαρτίου 1934 καὶ ἀπέθανε στὶς 3 Νοεμβρίου 1950. Πόσο χρόνο ἔζησε ;

## 3. Πολλαπλασιασμός

(Συμμιγοῦς ἐπὶ ἀκέραιο)

### Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :

1. Πόσο ὕφασμα πρέπει ν' ἀγοράσω γιὰ 6 ἐνδυμασίες φτωχῶν παιδιῶν ὅταν γιὰ κάθε ἐνδυμασία χρειάζομαι 3 πήχεις καὶ 5 ρούπια ;

2. Ἐνα ὀρφανοτροφεῖο πρόκειται νὰ προμηθευθῇ ὕφασμα

για 45 ὄρφανὰ παιδιά. Πόσο ὕφασμα πρέπει νὰ προμηθευθῆ ἂν γιὰ κάθε παιδί χρειάζεται 2 ὑάρδες καὶ 2 πόδια ;

3. Ἐμπορος ἀποικιακῶν ἔχει στὴν ἀποθήκη του 83 σακκιά ζάχαρη, πού τὸ καθένα ζυγίζει 63 χιλιόγραμμα καὶ 350 γραμμάρια. Τὶ βάρος ἔχουν ὅλα τὰ σακκιά ;

4. Ἡ ταχεῖα ἀμαξοστοιχία ἀνεχώρησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴν Θεσσαλονίκη μὲ μέση ταχύτητα 42 χιλιόμετρων καὶ 500 μ. τὴν ὥρα. Τὶ ἀπόσταση θὰ ἔχη διανύσει μετὰ 9 ὥρες ;

5. Γιὰ νὰ γίνῃ τὸ ὕδραγωγεῖο μιᾶς κωμοπόλεως ἀγοράσθηκαν 205 σωλῆνες μήκους 6 ὑάρδων, 2 ποδιῶν καὶ 8 Ἴντζων ὁ καθένας. Νὰ εὑρεθῆ τὸ μήκος τοῦ ὕδραγωγείου α') σὲ ὑάρδες, β') σὲ μέτρα.

6. Ὑφάντρια γιὰ νὰ ὑφάνῃ ἓνα ὕφασμα ἔκαμε 37 ἡμέρες καὶ ὕφαινε 3 πῆχεις καὶ 6 ρούπια τὴν ἡμέρα. Πόσο εἶναι τὸ μήκος τοῦ ὑφάσματος πού ὕφαινε ;

#### 4. Διαίρεση

(Συμμιγούς δι' ἀκεραίου)

##### Προβλήματα :

1. Τὸ φιλόπτωχο ταμεῖο ἀγόρασε 12 ὀκ. καὶ 350 δράμια βούτυρο καὶ τὶς ἐμοίρασε σὲ 5 φτωχὲς οἰκογένειες. Πόσο ἀναλογεῖ στὴν κάθε οἰκογένεια ;

2. Πεζοπόρος ἐβάδισε διάστημα 25 χιλιόμετρων καὶ 450 μ. σὲ 4 ὥρες. Πόσο διάστημα ἐβάδισε τὴν ὥρα ;

3. 18 στατῆρες, 36 ὀκ. καὶ 200 δράμια καφὲς ἐτοποθετήθηκαν σὲ 15 σακκιά, ἴσης χωρητικότητος. Τὶ βάρος ἔχει τὸ κάθε σακκί ;

4. Σταφιδέμπορος ἐτοποθέτησε 11 χιλιόλιτρα καὶ 750 λίτρες σταφίδα σὲ 50 σακκιά, τοῦ αὐτοῦ μεγέθους. Πόση σταφίδα ἐχώρησε σὲ κάθε σακκί ;

5. Διμοιρία στρατοῦ ἀπὸ 32 ἄνδρες καταναλῶνει 482 ὀκάδες καὶ 320 δράμια ψωμί τὸ μῆνα. Πόσο ἀναλογεῖ στὸν καθένα ;

6. Οί ίδιοι άνδρες καταναλώνουν 38 χιλιόγραμμα και 200 γραμ. ζάχαρη. Πόση ζάχαρη ανάλογει στον καθένα ;

7. Τό σχολείο μας πρόκειται νά μοιράση 133 πήχεις και 2 ρούπια κορδέλα σέ 25 μαθήτριες. Πόση κορδέλα θά πάρη κάθε μαθήτρια ;

**Σημ.—** Γιά τόν πολλαπλασιασμόν συμμιγούς επί συμμιγῆ κλπ. βλέπε στό τέλος τῆς διδασκαλίας τῶν κλασμάτων.

# ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

## 1. Έννοια κλασμάτων

(Αίσθητοποίηση)

### Πρώτη ομάδα (τό $\frac{1}{2}$ )

1. Κόψετε από το τετράδιό σας μιὰ λωρίδα χαρτιού και διπλώσετέ την στο μέσο. Έπειτα ξεδιπλώσετέ την και χαράξετε στο τσάκισμα με το μολύβι σας, μιὰ παχιά γραμμή για να διακρίνονται τὰ δύο τεμάχια. Προσέχετε τώρα:

Τι μέρος τῆς λωρίδας είναι τὸ ἓνα τεμάχιο; Τι μέρος είναι τὸ ἄλλο; Τι μέρος είναι καὶ τὰ δύο τεμάχια; Γράψε με ἀριθμούς τὰ δεύτερα αὐτὰ στο τετράδιο. Πόσα δεύτερα (μισά) ἔχει ἡ λωρίδα; Πόσα οἱ 2; οἱ 3; οἱ 4; οἱ 5 λωρίδες;

Πόσες ὀλόκληρες λωρίδες είναι τὰ  $\frac{2}{2}$  τῆς λωρίδας;

Πόσες τὰ  $\frac{4}{2}$ ; τὰ  $\frac{6}{2}$ ; τὰ  $\frac{8}{2}$ ; τὰ  $\frac{10}{2}$ ;

2. Κόψετε κατόπιν κι ἓνα μήλο στο μέσο και μοιράσετέ το σὲ δύο παιδιά. Τι μέρος τοῦ μήλου θὰ πάρη τὸ ἓνα παιδί; Τι μέρος θὰ πάρη τὸ ἄλλο; Καὶ τὰ δύο μαζί;

Πόσα δεύτερα ἔχει ἓνα ὀλόκληρο μήλο; Πόσα δεύτερα ἔχουν τὰ 2; τὰ 3; τὰ 4; τὰ 10 ὀλόκληρα μήλα;

Πόσα ὀλόκληρα μήλα είναι τὰ  $\frac{2}{2}$  τοῦ μήλου; Πόσα τὰ  $\frac{4}{2}$ ; τὰ  $\frac{6}{2}$ ; τὰ  $\frac{12}{2}$ ; τὰ  $\frac{20}{2}$  τοῦ μήλου;

3) Πόσα λεπτὰ είναι τὸ  $\frac{1}{2}$  τῆς δραχμῆς; Πόσα τὰ  $\frac{2}{2}$ ; τὰ  $\frac{3}{2}$ ; τὰ  $\frac{4}{2}$ ; τὰ  $\frac{5}{2}$  τῆς δραχμῆς;

Τι μέρος τῆς δραχμῆς είναι τὰ 50 λεπτὰ; Καὶ τὰ 100 λεπτὰ (1 δραχμή);

4. Πόσα δράμια είναι τὸ  $\frac{1}{2}$  τῆς ὀκάς ; Πόσα τὰ  $\frac{2}{2}$  ; τὰ  $\frac{3}{2}$  ; τὰ  $\frac{4}{2}$  ; Καὶ τὰ  $\frac{5}{2}$  τῆς ὀκάς ;

Τὰ 200 δράμια τί μέρος τῆς ὀκάς εἶναι ; Τί μέρος τῆς ὀκάς εἶναι τὰ 400 δράμια ;

5. Πόσα ρούπια εἶναι τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ πήχεως ; Πόσα τὰ  $\frac{2}{2}$  ;

Τὰ 4 ρούπια τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι ; Τί μέρος τοῦ πήχεως εἶναι τὰ 8 ; τὰ 16 ρούπια ;

Πόσοι πήχεις εἶναι τὰ  $\frac{4}{2}$  ; τὰ  $\frac{6}{2}$  ; τὰ  $\frac{10}{2}$  ; τὰ  $\frac{24}{2}$  τοῦ πήχεως ;

6. Πόσα δεύτερα ἔχει ἡ ἀκεραία μονάδα ; Πόσα δεύτερα ἔχουν οἱ 2 ; οἱ 5 ; οἱ 10 ἀκεραῖες μονάδες ;

7) Πόσον εἶναι τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ 10 ; τοῦ 20 ; τοῦ 60 ; τοῦ 100 ;

### Δευτέρα ομάδα (τὸ $\frac{1}{4}$ )

1. Κόψετε μία λωρίδα χαρτιοῦ καὶ διπλώσετέ την νὰ γίνη δεύτερα. Κατόπιν ξαναδιπλώσετέ την στοῦ μέσο καὶ χαράξετε μὲ τὸ μολύβι σας λεπτότερες γραμμές.

Προσέχετε τώρα ;

Σὲ πόσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε τώρα ἡ λωρίδα :

Τί μέρος τῆς λωρίδας ἔχετε ἂν πάρετε τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τέσσερα ἴσα τεμάχια ;

Τί μέρος ἔχετε ἂν πάρετε τὰ 2 ; τὰ 3 ; Καὶ τὰ 4 ἴσα τεμάχια ;

Γράψετε μὲ ἀριθμούς τὰ τέταρτα αὐτὰ στοῦ τετράδιο.

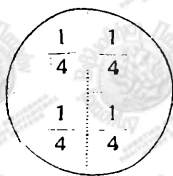
Δείξετε στὴ λωρίδα τὸ  $\frac{1}{4}$ , τὰ  $\frac{2}{4}$ , τὰ  $\frac{3}{4}$ , τὰ  $\frac{4}{4}$ .

Πόσα τέταρτα ἔχει μιὰ λωρίδα ; Πόσα οἱ 2 ; οἱ 3 ; οἱ 4 ; οἱ 5 λωρίδες ;

Τὰ  $\frac{4}{4}$  πόσες ὀλόκληρες λωρίδες εἶναι ; Γιατί ;

Πόσες λωρίδες εἶναι τὰ  $\frac{8}{4}$ , τὰ  $\frac{12}{4}$ , τὰ  $\frac{20}{4}$  τῆς λωρίδας ;

2. Κοιτάξετε τὸν κύκλο (σχ. 1) καὶ νὰ εὑρητε. Τί μέρος εἶναι τὸ ἓνα ἀπὸ τὰ τέσσερα μέρη τοῦ κύκλου ; τὰ 2 ; τὰ 3 ; Καὶ τὰ 4 ἴσα μέρη ;



Πόσα τέταρτα ἔχει ὁ κύκλος ; Καὶ πόσα τέταρτα ἔχουν οἱ 2 ; οἱ 3 κύκλοι ;

Πόσοι κύκλοι εἶναι τὰ  $\frac{4}{4}$  ; τὰ  $\frac{8}{4}$  ; τὰ  $\frac{12}{4}$  ; τὰ  $\frac{20}{4}$  τοῦ κύκλου ;

Σχ. 1.



Πόσα δεύτερα είναι τὰ  $\frac{2}{4}$  του κύκλου; Πόσα τὰ  $\frac{4}{4}$ ;

3. Πόσα δράμια είναι τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς; Πόσα τὰ  $\frac{2}{4}$ ;  
τὰ  $\frac{3}{4}$ ; τὰ  $\frac{5}{4}$ ; τὰ  $\frac{8}{4}$  τῆς ὀκάς;

Τὶ μέρος τῆς ὀκάς είναι τὰ 100 δράμια; τὰ 200; τὰ 300;  
τὰ 400 δράμια;

4. Πόσα ρούπια είναι τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ πήχεως; Πόσα τὰ  $\frac{2}{4}$ ; τὰ  $\frac{4}{4}$ ;

Τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ πήχεως, πόσα τέταρτα είναι; Πόσα τέταρτα  
είναι τὰ  $\frac{2}{4}$  τοῦ πήχεως;

5. Πόσοι μῆνες είναι τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ ἔτους; Πόσοι τὰ  $\frac{2}{4}$ ;

Καὶ πόσοι τὰ  $\frac{4}{4}$  τοῦ ἔτους;

Οἱ 3 μῆνες τί μέρος τοῦ ἔτους είναι; Οἱ 6; οἱ 9; οἱ 12  
μῆνες;

6. Πόσα πρῶτα λεπτά είναι τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὥρας; Καὶ πόσα  
πρῶτα λεπτά είναι τὰ  $\frac{2}{4}$ ; τὰ  $\frac{3}{4}$ ; τὰ  $\frac{4}{4}$ ; τῆς ὥρας;

Τὶ μέρος τῆς ὥρας είναι τὰ 15; τὰ 30; τὰ 45 πρῶτα λεπτά;

7. Πόσα τέταρτα ἔχει ἡ ἀκεραία μονάδα; Πόσα τέταρτα  
ἔχουν οἱ 2; οἱ 3; οἱ 4; οἱ 5; οἱ 8; οἱ 10 ἀκεραῖες μονάδες;

8. Νὰ βρῆτε πρῶτα τὸ  $\frac{1}{2}$  καὶ κατόπιν τὸ  $\frac{1}{4}$  τῶν ἀρι-  
θμῶν: 8, 20, 40, 60, 100. Τί παρατηρεῖτε;

### Τρίτη ομάδα ( $\frac{1}{8}$ καὶ $\frac{1}{16}$ )

1. Κόψετε μία λωρίδα χαρτιοῦ μήκους ἐνὸς πήχεως καὶ δι-  
πλώσατέ την δύο φορές νά γίνῃ τέταρτα. Κατόπιν ξαναδιπλώ-  
σατέ την στοῦ μέσο με ἐνωμένα τὰ ἄκρα της.

Προσέχετε τώρα:

Σὲ πόσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε ἡ λωρίδα; Πῶς λέγεται τὸ  
1; πῶς λέγονται τὰ 2; τὰ 3; τὰ 4; τὰ 5;...καὶ τὰ 8 ἴσα τε-  
μάχιά της;

Γράψετε με ἀριθμούς τὰ ὄγδοα αὐτὰ στοῦ τετράδιου.

— Δείξτε στή λωρίδα τὰ  $\frac{2}{8}$  τὰ  $\frac{3}{8}$  τὰ  $\frac{5}{8}$  τὰ  $\frac{7}{8}$ .

— Πόσα ὄγδοα ἔχει ὅλη ἡ λωρίδα. Πόσα ὄγδοα ἔχουν οἱ 2; οἱ 3; οἱ 4;...οἱ 10 λωρίδες;

Τὰ  $\frac{8}{8}$  πόσες ὀλόκληρες λωρίδες εἶναι; Γιατί;

Πόσες ὀλόκληρες λωρίδες εἶναι τὰ  $\frac{24}{8}$ ; τὰ  $\frac{40}{8}$ ;

Τὰ  $\frac{2}{8}$  μὲ πόσα τέταρτα ἰσοδυναμοῦν; (Δείξατέ τα στὴν λωρίδα).

Τὰ  $\frac{4}{8}$  πόσα τέταρτα κάνουν; Καὶ πόσα δεύτερα;

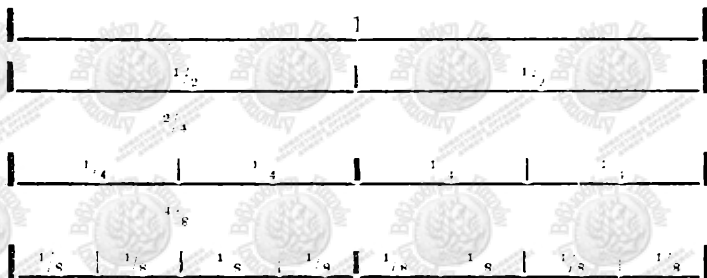
Τι σχέση ἔχουν λοιπὸν μεταξύ των τὰ τεμάχια;  $\frac{2}{2}$ ,  $\frac{4}{4}$ ,  $\frac{8}{8}$  τῆς λωρίδος;

Τι μέρος τοῦ πήχεως εἶναι τὸ ἓνα ρούπι; τὰ 2; τὰ 3; τὰ 4;... καὶ τὰ 8 ρούπια;

2. Πόσα ρούπια εἶναι τὸ  $\frac{1}{8}$  τοῦ πήχεως; (Δείξετέ το).

Καὶ πόσα τὰ  $\frac{2}{8}$ ; τὰ  $\frac{3}{8}$ ; τὰ  $\frac{4}{8}$ ... τὰ  $\frac{8}{8}$  τοῦ πήχεως;

3. Προσέξτε τώρα τίς γραμμὲς τοῦ σχήματος 2:



Σχ. 2.

Τὸ  $\frac{1}{2}$  τῆς γραμμῆς μὲ πόσα τέταρτα ἰσοδυναμεῖ; Μὲ πόσα ὄγδοα;

Μὲ πόσα ὄγδοα ἰσοδυναμοῦν τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς γραμμῆς; καὶ τὰ  $\frac{4}{4}$ ;

Τὰ  $\frac{2}{8}$  πόσα τέταρτα κάνουν; Πόσα τέταρτα κάνουν τὰ  $\frac{4}{8}$ ; τὰ  $\frac{6}{8}$ ; τὰ  $\frac{8}{8}$ ;

4. Πόσα δράμια εἶναι τὸ  $\frac{1}{8}$  τῆς ὀκάς; Πόσα δράμια εἶναι τὰ  $\frac{2}{8}$ ; τὰ  $\frac{3}{8}$ ; τὰ  $\frac{4}{8}$ ; τὰ  $\frac{5}{8}$ ;... τὰ  $\frac{8}{8}$  τῆς ὀκάς;

Τὰ 100 δράμια πόσα ὄγδοα εἶναι τῆς ὀκτῆς ; Πόσα ὄγδοα τῆς ὀκτῆς εἶναι τὰ 200 ; τὰ 300 δράμια ;

5. Πόσα ὄγδοα ἔχει ἡ ἀκεραία μονάδα ; Πόσα οἱ 2 ; οἱ 4 ; οἱ 5 ; οἱ 6 ἀκεραῖες μονάδες ;

Πόσες ἀκεραῖες μονάδες εἶναι τὰ  $\frac{16}{8}$  ; τὰ  $\frac{24}{8}$  ; τὰ  $\frac{80}{8}$  ;

6. Τὸ κάθε ὄγδοο τῆς γραμμῆς νὰ τὸ χωρίσετε μὲ τὸ μολύβι σὲ δύο ἴσα μέρη.

Σὲ πόσα ἴσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε ὅλη ἡ γραμμὴ ; Πῶς λέγεται τὸ 1 ; τὰ 2 ; τὰ 3 ; τὰ 5 ; τὰ 10 ; τὰ 16 ἴσα τεμάχια ;

Γράψετε μὲ ἀριθμοὺς τὰ δέκατα ἕκτα αὐτὰ στὸ τετράδιο.

Πόσα δέκατα ἕκτα ἔχει ἡ ἀκεραία μονάδα ;

Πόσα δέκατα ἕκτα ἔχουν οἱ 2 ; οἱ 3 ; οἱ 5 ἀκεραῖες μονάδες ;

**Τετάρτη ομάδα** (τὸ  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{12}$ ).

1. α.) Κόψετε μίαν λωρίδα χαρτιοῦ μεγαλύτερη καὶ χωρίστε τὴν μὲ τὸ μολύβι σας σὲ τρία ἴσα τεμάχια. Προσέχετε τώρα :

Τὴν μέρος τῆς λωρίδας εἶναι τὸ 1 τεμάχιο ; τὰ 2 ; τὰ 3 ;

Γράψετε μὲ ἀριθμοὺς τὰ τρίτα αὐτὰ στὸ τετράδιο.

Δείξτε ἐπάνω στὴν λωρίδα τὸ  $\frac{1}{3}$ , τὰ  $\frac{3}{3}$ .

Πόσα τρίτα ἔχει ὅλη ἡ λωρίδα ; Πόσα οἱ 2 ; οἱ 4 ; οἱ 5 ; οἱ 6 ;  
... καὶ οἱ 10 λωρίδες ;

Πόσες ὀλόκληρες λωρίδες κάνουν τὰ  $\frac{3}{3}$ , τὰ  $\frac{6}{3}$ , τὰ  $\frac{9}{3}$  ;

β) Τὸ κάθε τρίτο τῆς λωρίδος χωρίστε τὸ μὲ τὸ μολύβι σας σὲ δύο ἴσα μέρη.

Σὲ πόσα ἴσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε ἡ λωρίδα ; Πῶς λέγεται τὸ 1 ; τὰ 2 ; τὰ 3 ; τὰ 4 ; τὰ 5 ; καὶ τὰ 6 ἴσα τεμάχια ;

Γράψτε μὲ ἀριθμοὺς τὰ ἕκτα αὐτὰ στὸ τετράδιο.

Δείξτε στὴν λωρίδα τὸ  $\frac{1}{6}$ , τὰ  $\frac{2}{6}$ , τὰ  $\frac{3}{6}$ , τὰ  $\frac{4}{6}$ , τὰ  $\frac{5}{6}$ .

Πόσα ἕκτα ἔχει ὅλη ἡ λωρίδα ; πόσα οἱ 2 ; οἱ 3 λωρίδες ;

Πόσες ὀλόκληρες λωρίδες εἶναι τὰ  $\frac{6}{6}$  ; τὰ  $\frac{12}{6}$  ; τὰ  $\frac{18}{6}$  ;

Τὸ  $\frac{1}{3}$  τῆς λωρίδος πόσα ἕκτα ἔχει ; Πόσα ἕκτα ἔχουν τὰ  $\frac{2}{3}$  ; Καὶ πόσα τὰ  $\frac{3}{3}$  τῆς λωρίδος ;

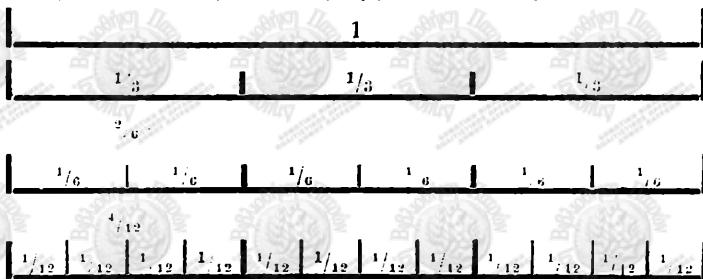
γ') Το κάθε έκτο της λωρίδος χωρίσετε το σε δύο ίσα μέρη.  
Σε πόσα ίσα τεμάχια έχωρίσθηκε τώρα όλη ή λωρίδα ;  
Πώς λέγεται τό 1 ; τά 2 ; τά 3 ; τά 5 ; . . . και τά 12 ίσα  
τεμάχια ;

Γράψετε με αριθμούς τά δωδέκατα αυτά στο τετράδιο.  
Πόσα δωδέκατα έχει όλη ή λωρίδα. Πόσα οί 2 λωρίδες ; οί 3 ;  
οί 4 ; οί 5 ; οί 10 λωρίδες ;

Πόσες ολόκληρες λωρίδες είναι τά  $\frac{12}{12}$  ; τά  $\frac{24}{12}$  ; τά  $\frac{36}{12}$   
της λωρίδος ;

Τό  $\frac{1}{6}$  της λωρίδος πόσα δωδέκατα είναι ; Πόσα δωδέκατα  
είναι τά  $\frac{2}{6}$  ; τά  $\frac{3}{6}$  ; τά  $\frac{4}{6}$  ; τά  $\frac{5}{6}$  ; τά  $\frac{6}{6}$  ;

2. Προσέξτε τώρα τις γραμμές του σχήματος 3 :



Σχ. 3.

Τό  $\frac{1}{3}$  της γραμμής με πόσα έκτα ίσοδυναμεί ; Με πόσα  
δωδέκατα ;

Τί είναι λοιπόν μεταξύ των τά τεμάχια  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{6}$  και  $\frac{4}{12}$  ;

Τά  $\frac{8}{12}$  με πόσα έκτα ίσοδυναμούν ; Με πόσα τρίτα ;

3. Πόσα πρώτα λεπτά είναι τό  $\frac{1}{2}$  της ώρας ; Και πόσα  
τά  $\frac{2}{3}$  ; τά  $\frac{3}{3}$  της ώρας ;

Τί μέρος της ώρας είναι τά 20 πρώτα λεπτά ; τά 40 ; τά 60 ;

Πόσα πρώτα λεπτά είναι τό  $\frac{1}{6}$  της ώρας ; Πόσα τά  $\frac{2}{3}$  ;  
τά  $\frac{3}{6}$  ; τά  $\frac{4}{6}$  ; τά  $\frac{5}{6}$  ; Και τά  $\frac{6}{6}$  της ώρας ;

Πόσα πρώτα λεπτά είναι τό  $\frac{1}{12}$  της ώρας ; Πόσα τά  $\frac{4}{12}$  ;  
τά  $\frac{7}{12}$  ; τά  $\frac{10}{12}$  ; τά  $\frac{12}{12}$  ;

Πόσες ώρες είναι τὰ  $\frac{3}{3}$ ; τὰ  $\frac{6}{3}$ ; τὰ  $\frac{24}{3}$  τῆς ώρας;

Πόσα τὰ  $\frac{12}{6}$ ;  $\frac{30}{6}$ ;  $\frac{36}{12}$ ;  $\frac{60}{12}$  τῆς ώρας;

4. Ποιὸ εἶναι τὸ  $\frac{1}{3}$  τοῦ ἔτους; τοῦ μηνός; τοῦ ἡμερονυκτίου; τῆς δωδεκάδας; τοῦ 30; τοῦ 60; τοῦ 150; τοῦ 240;

Ποιὸ εἶναι τὸ  $\frac{1}{6}$  τοῦ ἔτους; τοῦ μηνός; τοῦ ἡμερονυκτίου; Καὶ ποιά τὰ  $\frac{3}{6}$ ; τὰ  $\frac{5}{6}$ ;

Τὶ μέρος τοῦ ἔτους εἶναι οἱ 4 μῆνες; Καὶ τὶ οἱ 8; οἱ 12 μῆνες;

5. Νὰ εὑρετε πρῶτα τὸ  $\frac{1}{12}$  καὶ κατόπιν τὰ  $\frac{5}{12}$ , τῆς ώρας, τοῦ ἔτους, τοῦ ἡμερονυκτίου, τοῦ 36, τοῦ 48, τοῦ 120.

6. Οἱ ἀκεραῖες μονάδες 1, 2, 3, 4, 8, 10 νὰ γίνουν α') τρίτα, β') ἕκτα, γ') δωδέκατα.

7. Μὲ πόσες ἀκεραῖες μονάδες ἰσοδυναμοῦν τὰ  $\frac{9}{3}$ ; τὰ  $\frac{15}{3}$ ; τὰ  $\frac{18}{6}$ ; τὰ  $\frac{30}{6}$ ; τὰ  $\frac{24}{12}$ ; καὶ τὰ  $\frac{60}{12}$ ;

**Πέμπτη ομάδα** (τὸ  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{20}$ ).

1. α') Πάρετε τὸ μέτρο καὶ χωρίσετέ το σὲ 5 ἴσα τεμάχια. Προσέχετε τώρα:

Τὶ μέρος τοῦ μέτρου εἶναι τὸ ἓνα τεμάχιο; Τὶ μέρος εἶναι τὰ 2, τὰ 3, τὰ 4 καὶ τὰ 5 ἴσα τεμάχια;

Γράψετε μὲ ἀριθμοὺς τὰ πέμπτα αὐτὰ στὸ τετράδιο.

Δείξτε στὸ μέτρο τὸ  $\frac{1}{5}$ , τὰ  $\frac{2}{5}$ , τὰ  $\frac{3}{5}$ , τὰ  $\frac{4}{5}$ , τὰ  $\frac{5}{5}$ .

Πόσα πέμπτα ἔχει τὸ μέτρο; τὰ 2; τὰ 3; τὰ 8 μέτρα;

Πόσα ὀλόκληρα μέτρα κάνουν τὰ  $\frac{5}{5}$ ; τὰ  $\frac{10}{5}$ ; τὰ  $\frac{20}{5}$  τοῦ μέτρου;

β') Ἐκαστὸν πέμπτον τοῦ μέτρου χωρίσετέ το σὲ δύο ἴσα τεμάχια.

Σὲ πόσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε τώρα τὸ μέτρο; Τὶ μέρος τοῦ μέτρου εἶναι τὸ 1; τὰ 2; τὰ 3; τὰ 4; τὰ 5; τὰ 10 τεμάχια;

Γράψετε μὲ ἀριθμοὺς τὰ δέκατα αὐτὰ στὸ τετράδιό σας.

Δείξτε στὸ μέτρο τὸ  $\frac{1}{10}$ , τὰ  $\frac{2}{10}$ , τὰ  $\frac{3}{10}$ ... τὰ  $\frac{10}{10}$ .

Πόσα δέκατα ἔχει ὀλόκληρο τὸ μέτρο; Πόσα τὰ 2; τὰ 3; τὰ 4; τὰ 5; τὰ 10 μέτρα;

Πόσα μέτρα κάμνουν τὰ  $\frac{10}{10}$  τοῦ μέτρου ; Πόσα τὰ  $\frac{70}{10}$  ; τὰ  $\frac{30}{10}$  ; τὰ  $\frac{40}{10}$  ; τὰ  $\frac{50}{10}$  τοῦ μέτρου ;

γ') Τὸ κάθε δέκατο τοῦ μέτρου, χωρίσατέ το σὲ 2 ἴσα τεμάχια.

Σὲ πόσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε τώρα τὸ μέτρο ; Τί μέρος τοῦ μέτρου εἶναι τὸ 1 ; τὰ 2 ; τὰ 3 ; τὰ 5 ; τὰ 10 ; Καὶ τὰ 20 τεμάχια ;

Γράψετε μὲ ἀριθμούς τὰ εἰκοστά αὐτὰ σὲ τετράδιο.

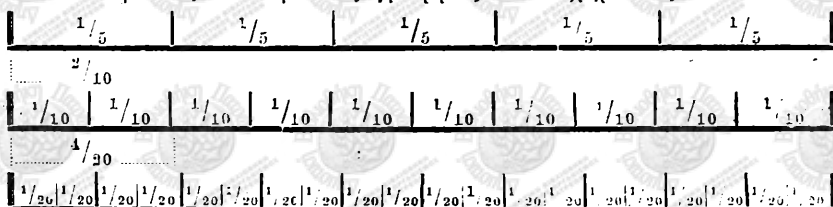
Δείξτε στὸ μέτρο τὸ  $\frac{1}{20}$ , τὰ  $\frac{2}{20}$ ,  $\frac{3}{20}$ ,  $\frac{4}{20}$ ,  $\frac{8}{20}$ ,  $\frac{10}{20}$ ,  $\frac{20}{20}$ .

Πόσα εἰκοστά ἔχει τὸ μέτρο ; τὰ 2 ; τὰ 3 ; τὰ 5 ; μέτρα ;

Τὸ  $\frac{1}{5}$  τοῦ μέτρου μὲ πόσα δέκατα ἰσοδυναμεῖ ; πόσα εἰκοστά ;

Μὲ πόσα δέκατα ἰσοδυναμοῦν τὰ  $\frac{2}{5}$  ; τὰ  $\frac{3}{5}$  ; τὰ  $\frac{4}{5}$  ; τοῦ μέτρου ;

2. Προσέξτε τώρα τίς γραμμὲς τοῦ σχήματος 4 :



Σχ. 4.

Τὸ  $\frac{1}{5}$  μὲ πόσα δέκατα ἰσοδυναμεῖ ; Μὲ πόσα εἰκοστά ;  
Τὰ  $\frac{2}{5}$  μὲ πόσα δέκατα ἰσοδυναμοῦν ; Μὲ πόσα εἰκοστά ;

3. Νὰ βρῆτε πρῶτα τὸ  $\frac{1}{5}$  καὶ κατόπιν τὰ  $\frac{4}{5}$  τῆς ὥρας, τῆς ὁκάς, τοῦ 20, τοῦ 40, τοῦ 50.

Νὰ βρῆτε πρῶτα τὸ  $\frac{1}{10}$  καὶ κατόπιν τὰ  $\frac{5}{10}$  τῆς ὥρας, τῆς ὁκάς, τοῦ 100, τοῦ 200, τοῦ 1000.

5. Ποιὸ εἶναι τὸ  $\frac{1}{20}$  τῆς ὥρας ; τῆς ὁκάς ; τοῦ 80 ; τοῦ 120 ; τοῦ 200 ; τοῦ 400 ; τοῦ 800 ; τοῦ 1000 ; τοῦ 4000 ;

**Ἔκτη ομάδα (Γενίκευση)**

1. Κόψετε τὸ πορτοκάλι σὲ 9 ἴσα τεμάχια καὶ πάρετε μόνον ἓνα τεμάχιο. Τί μέρος τοῦ πορτοκαλιοῦ ἐπήρατε ; Τί μέρος τοῦ πορτοκαλιοῦ θὰ ἔχετε ἂν πάρετε 2 ; 3 ; 5 ; 6 τεμάχια ;

Τι μέρος της εβδομάδος είναι ή 1 ήμερα ; και τι οί 2 ; οί 3 ; οί 5 ; οί 6 ; οί 7 ήμερες ;

Πόσες ήμερες είναι τὰ  $\frac{2}{7}$  της εβδομάδος ; Και πόσες τὰ  $\frac{3}{7}$  τὰ  $\frac{4}{7}$  τὰ  $\frac{5}{7}$  τὰ  $\frac{7}{7}$  ;

3. Τι μέρος του ήμερονυκτίου είναι μιὰ ώρα ; Και τι μέρος είναι οί 2 ; οί 3 ; οί 5 ; οί 12 ; οί 20 ώρες ;

4. Πόσες ήμερες είναι τὰ  $\frac{5}{365}$  του έτους ; Πόσα τὰ  $\frac{75}{365}$  ; τὰ  $\frac{180}{365}$  ; τὰ  $\frac{200}{365}$  του έτους ;

5. Το ένα δράμι τι μέρος είναι της όκας ; Και ή όκα τι μέρος είναι του στατήρου ;

6. Το γραμμάριο τι μέρος είναι του χιλιογράμμου ; τι μέρος του χιλιογράμμου είναι τὰ 3 ; τὰ 50 ; τὰ 100 γραμμάρια ;

7. Το 20 από πόσα πεντάρια αποτελείται ; Τι μέρος λοιπόν του 20 είναι το 5 ; του 30 το 6 ; του 48 το 8 ; του 100 το 10 ; του 200 το 20 ; του 250 το 25 ; του 500 το 50 ;

## 2. Κλασματικές μονάδες

1. Χωρίζω μιὰ λωρίδα χαρτιού σε δύο ίσα μέρη. Πώς λέγεται το ένα ;

2. Πώς λέγεται κάθε μέρος αν ή λωρίδα χωρισθ ή σε 3 ; σε 4 ; σε 5 ; σε 6 ; σε 7 ; σε 8 ; σε 9 ; σε 10 ίσα μέρη ;

3. Οί αριθμοί  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$  πώς λέγονται ; Ώστε :

**Κλασματική μονάδα λέγεται το ένα από τὰ ίσα μέρη εις τὰ όποια χωρίζεται ή άκεραία μονάδα.**

4. Τι φανερώνει ή κλασματική μονάδα  $\frac{1}{2}$  ; Και τι οί κλασματικές μονάδες  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{1}{5}$  ;  $\frac{1}{8}$  και  $\frac{1}{10}$  ;

5. Από τις κλασματικές μονάδες  $\frac{1}{2}$  και  $\frac{1}{4}$  ποιά είναι ή μεγαλύτερη και γιατί ;

6. Από τις κλασματικές μονάδες  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{12}$  ποιά είναι ή μικρότερη και ποιά ή μεγαλύτερη ;

7. Γράψε τις κλασματικές μονάδες  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{4}$ , με τη σειρά, πρώτα τις μεγαλύτερες και κατόπιν τις μικρότερες.



### 3. Κλασματικοί αριθμοί

1. Κόβω τὸ πορτοκάλι σὲ τέσσερα ἴσα τεμάχια καὶ παίρνω τὰ 3. Τὶ μέρος τοῦ πορτοκαλιοῦ ἐπῆρα ;

Τὰ  $\frac{3}{4}$  ἀπὸ ποιῆς καὶ πόσες κλασματικές μονάδες ἔγιναν ;

2. Ποιῆς καὶ πόσες κλασματικές μονάδες θὰ πάρω γιὰ νὰ γίνουν οἱ ἀριθμοί :  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{7}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{9}{10}$  ;

3. Πῶς λέγομε τοὺς ἀριθμοὺς ποὺ ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολλὰς κλασματικές μονάδες ; Ὡστε :

**Κλασματικὸς ἀριθμὸς, λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς κλασματικές μονάδες.**

4. Γράψετε τρεῖς κλασματικούς ἀριθμοὺς καὶ νὰ εἰπῆτε ἀπὸ ποιῆς καὶ πόσες κλασματικές μονάδες ἔγινεν ὁ καθένας.

5. Νὰ γραφοῦν μὲ ψηφία οἱ κλασματικοὶ ἀριθμοί : τέσσερα ἑβδομα, ὀκτῶ εἰκοστά, τριάντα ὄγδοηκοστά, ἐξήντα διακοσιοστά δέκατα πέμπτα, ἐνενήντα χιλιοστά.

### 4. Ὅροι τοῦ κλάσματος

1. Μὲ πόσους καὶ ποίους ἀριθμοὺς θὰ γράψης τὸ κλάσμα δύο τρίτα ; Καὶ τὸ κλάσμα τρία ἕκτα ;

2. Πῶς λέγεται ὁ ἀριθμὸς ποὺ εἶναι ἐπάνω ἀπὸ τὴν γραμμὴ ; Αὐτὸς ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴ ; Καὶ οἱ δύο μαζί ;

3. Σὲ κάθε κλάσμα τί φανερώνει ὁ ἀριθμητής ; Καὶ τί ὁ παρονομαστής ; Ὡστε :

**Ὁ ἀριθμητὴς τοῦ κλάσματος φανερώνει πόσα τεμάχια (κομμάτια) ἐπῆραμε ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα.**

**Ὁ παρονομαστής τοῦ κλάσματος φανερώνει σὲ πόσα τεμάχια ἐχωρίσθηκε ἡ ἀκεραία μονάδα.**

Ὁ ἀριθμητὴς καὶ ὁ παρονομαστής λέγονται μαζί, ὄροι τοῦ κλάσματος.

4. Γράψε ἓνα κλάσμα μὲ ἀριθμητὴ 5 καὶ παρονομαστὴ 6. Ἄλλο μὲ ἀριθμητὴ 7 καὶ παρονομαστὴ 12.

5. Ἀπὸ τὰ κλάσματα :  $\frac{2}{8}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{7}{9}$  ποῖοι εἶναι οἱ ἀριθμητὲς καὶ ποῖοι οἱ παρονομαστὲς ; Τί φανερώνει ὁ καθένας ;



## 5. Ὁμώνυμα καὶ ἑτερόνυμα κλάσματα

1. Ὁ Ἀνδρέας ἔφερε γιὰ τὸ σχολεῖο  $\frac{9}{10}$  τοῦ χιλιοδραχμοῦ καὶ ἡ Ἑλένη  $\frac{7}{10}$ .

α) Πόσα δέκατα λείπουν ἀπὸ τὰ  $\frac{9}{10}$  νὰ γίνῃ τὸ χιλιοδραχμὸ ;

β) Πόσα δέκατα λείπουν ἀπὸ τὰ  $\frac{7}{10}$  νὰ γίνῃ τὸ χιλιοδραχμὸ ;

γ) Ποιὸς λοιπὸν ἔφερε περισσότερα χρήματα καὶ πόσα ;

2. Ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{5}{12}$  καὶ  $\frac{7}{12}$  ποῖο εἶναι μικρότερο ; Καὶ ποῖο μεγαλύτερο ; Γιατί ;

3. Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ἔχουν τὸν ἴδιον παρονομαστή (τὸ ἴδιο δηλαδὴ ὄνομα) ;

4. Γράψε στὸ τετράδιο δύο κλάσματα ὁμώνυμα. Κατόπιν ἄλλα τρία. Καὶ ἄλλα τέσσαρα.

5. Ὡστε ἀπὸ δύο ἢ περισσότερα κλάσματα ὁμώνυμα, ποῖο εἶναι μικρότερο ; Καὶ ποῖο μεγαλύτερο ;

6. Γράψε τὰ παρακάτω ὁμώνυμα κλάσματα μὲ τὴ σειρά, πρῶτα τὰ μικρότερα καὶ κατόπιν τὰ μεγαλύτερα :

$$\frac{8}{16}, \frac{2}{16}, \frac{5}{16}, \frac{1}{16}, \frac{7}{16}, \frac{10}{16}, \frac{9}{16}, \frac{12}{16}, \frac{15}{16}.$$

7. Τὰ κλάσματα  $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{7}$ , εἶναι ὁμώνυμα ; Γιατί ;

8. Πῶς λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ δὲν ἔχουν τὸν ἴδιο παρονομαστή (δὲν ἔχουν δηλαδὴ τὸ ἴδιο ὄνομα) ;

9. Γράψε στὸ τετράδιο δύο κλάσματα ἑτερόνυμα. Κατόπιν ἄλλα τρία. Καὶ ἄλλα τέσσαρα.

10. Γράψε 4 κλάσματα νὰ εἶναι ὁμώνυμα καὶ 4 ἑτερόνυμα.

## 5. Σύγκριση κλασμάτων

**Α')** Μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμητή :

1. Ἀγόρασα  $\frac{3}{5}$  τοῦ μέτρου κορδέλα καὶ κατόπιν ἄλλα  $\frac{3}{10}$  τοῦ μέτρου.

Ἀπὸ ποιά κλασματικὴ μονάδα ἔγινε τὸ κλάσμα  $\frac{3}{5}$  ; Καὶ ἀπὸ ποιά τὸ κλάσμα  $\frac{3}{10}$  ;

Ἐκ τῶν κλασματικῶν μονάδων  $\frac{1}{5}$  καὶ  $\frac{1}{10}$ , ποῖα εἶναι ἡ μεγαλύτερη; καὶ ποῖα ἡ μικρότερη;

Ποῖο ἀπὸ τὰ κλάσματα  $\frac{3}{5}$  καὶ  $\frac{3}{10}$  εἶναι μεγαλύτερο καὶ ποῖο μικρότερο; Ὡστε :

**Ἐκ δύο ἢ περισσότερων κλάσμων ποὺ ἔχουν τὸν ἴδιον ἀριθμητῆ, μεγαλύτερο εἶναι ἐκεῖνο ποὺ ἔχει τὸ μικρότερο παρονομαστή.**

2. Ἐκ τῶν κλάσμων  $\frac{7}{2}$ ,  $\frac{7}{8}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{7}{12}$  ποῖο εἶναι μεγαλύτερο; Καὶ ποῖο μικρότερο; Γιατί;

3. Γράψτε πέντε κλάσματα νὰ ἔχουν τὸν ἴδιον ἀριθμητῆ, μὲ τὴν σειρά, πρῶτα τὰ μεγαλύτερα καὶ κατόπιν τὰ μικρότερα.

**Β') Μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα :**

1. Τί θὰ ἠθέλατε νὰ ἔχετε,  $\frac{2}{2}$  τοῦ χιλιοδράχμου ἢ  $\frac{5}{5}$ ; Γιατί;

Τὴν σχέση ἔχουν τὰ κλάσματα αὐτὰ μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα; Καὶ τὴν σχέση ἔχουν μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα τὰ κλάσματα :

$$\frac{4}{4}, \frac{6}{6}, \frac{20}{20}, \frac{50}{50};$$

Γράψτε τέσσαρα κλάσματα ἴσα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα.

2. Τὰ κλάσματα  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{5}{8}$ , τί σχέση ἔχουν μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα; Εἶναι δηλαδὴ μικρότερα ἢ μεγαλύτερα;

Γράψτε 5 κλάσματα νὰ εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα. (Τὰ κλάσματα αὐτὰ, λέγονται γνήσια). Ὡστε :

**Γνήσια λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ὁ ἀριθμητῆς τῶν εἶναι μικρότερος ἀπὸ τὸν παρονομαστή καὶ ἐπομένως εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα.**

3. Προσέξτε τώρα τὰ κλάσματα  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{8}{5}$ ,  $\frac{15}{10}$  καὶ νὰ εὑρετε τί σχέση ἔχει τὸ καθένα μὲ τὴν ἀκεραία μονάδα.

4. Γράψτε τέσσαρα κλάσματα μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα. (Τὰ κλάσματα αὐτὰ, λέγονται καταχρηστικά). Ὡστε :

**Καταχρηστικά λέγονται τὰ κλάσματα ποὺ ὁ ἀριθμητῆς τῶν εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν παρονομαστή καὶ ἐπομένως, εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ἀκεραία μονάδα.**

5. 'Από τὰ κλάσματα  $\frac{4}{5}, \frac{3}{3}, \frac{7}{5}, \frac{12}{10}, \frac{4}{9}, \frac{8}{8}, \frac{5}{12}, \frac{15}{15}, \frac{35}{25}$ , ποιά εἶναι ἴσα μετὴν ἀκεραία μονάδα; Ποιά εἶναι γνήσια; Καὶ ποιά καταχρηστικά;

6. Νὰ γράψετε στὸ τετράδιο τῶν ἀσκήσεων χωριστά: πέντε κλάσματα ἴσα μετὴν ἀκεραία μονάδα, πέντε γνήσια καὶ πέντε καταχρηστικά.

## 7. Τροπὴ ἀκεραίων σὲ κλάσματα

1. Πόσα δεύτερα γίνεται 1 φύλλον τοῦ τετραδίου; Πόσα τὰ 2 φύλλα; τὰ 3; τὰ 4; τὰ 10; τὰ 20 φύλλα;

2. Πόσα τέταρτα γίνεται ἓνα φύλλο τοῦ τετραδίου; Πόσα τέταρτα γίνονται τὰ 3 φύλλα; τὰ 5; τὰ 8; τὰ 10 φύλλα;

3. Πόσα πέμπτα ἔχει τὸ μέτρο; τὰ 2; τὰ 3; τὰ 5; τὰ 10 μέτρα;

4. Τὰ δύο μέτρα πόσα ἑκατοστὰ εἶναι; Καὶ πόσα τὰ 5 μέτρα; τὰ 8 μέτρα;

5. Πόσα ἐξηκοστὰ εἶναι οἱ 2 ὄρες; Πόσα οἱ 4; οἱ 5 ὄρες;

6. Οἱ 5 ὀκάδες πόσα τρίτα εἶναι; Πόσα τέταρτα; πέμπτα;

7. Νὰ τραπῆ ὁ ἀκέραιος 10 σὲ κλάσματα μετὰ παρονομαστή 8, 10, 15, 20, 30.

8. Πῶς λοιπὸν τρέπεται ὁ ἀκέραιος σὲ κλάσμα μετὰ δοθέντα παρονομαστή; Ὡστε:

**Γιὰ νὰ τρέψωμε ἀκέραιο σὲ κλάσμα, τὸν πολλαπλασιάσωμε ἐπὶ τὸν δοθέντα παρονομαστή. Τὸ γινόμενο γράφομε ὡς ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴ ἀφήνωμε τὸν ἴδιο.**

9. Νὰ τρέψετε τίς 5 ὄρες σὲ δεύτερα (μισά). Καὶ τοὺς 4 πήχεις σὲ ὄγδοα.

10. Νὰ τρέψετε τοὺς ἀκεραίους 3, 4, 5, σὲ τρίτα. Τοὺς ἀκεραίους 6, 7, 8, σὲ τέταρτα. Καὶ τοὺς ἀκεραίους 10, 12, 15, σὲ δέκατα.

11. Γράψετε τὸν ἀριθμητὴ ποὺ πρέπει στὶς παρακάτω ἰσότητες:

$$2 = \frac{\quad}{5}, \quad 7 = \frac{\quad}{6}, \quad 9 = \frac{\quad}{8}, \quad 13 = \frac{\quad}{7}, \quad 25 = \frac{\quad}{3},$$

$$50 = \frac{\quad}{12}, \quad 75 = \frac{\quad}{14}, \quad 120 = \frac{\quad}{22}, \quad 205 = \frac{\quad}{34}, \quad 1800 = \frac{\quad}{50}.$$

## 8. Μικτοί ἀριθμοί

1. Ὁ ἀριθμὸς 5 τί ἀριθμὸς εἶναι ;

Ὁ ἀριθμὸς  $\frac{1}{2}$  τί ἀριθμὸς εἶναι ;

Καὶ ὁ ἀριθμὸς  $5\frac{1}{2}$  ;

2. Νὰ βρῆτε τί εἶναι καθένας ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς :

$$8\frac{1}{3}, 12, 14, \frac{2}{8}, 13\frac{1}{4}, 52\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{15}{20}, 42, 80\frac{1}{3}, 250\frac{12}{20}.$$

3. Οἱ  $8\frac{1}{2}$  πήχεις πόσα δεύτερα εἶναι ;

**Ἀπ.** Οἱ 8 πήχεις εἶναι  $\frac{16}{2}$  τοῦ πήχεως ·  $\frac{16}{2} + \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$ .

4. Πόσα τρίτα εἶναι οἱ  $2\frac{1}{3}$  ὥρες ; οἱ  $5\frac{2}{3}$  ; οἱ  $15\frac{2}{3}$  ὥρες ;

5. Πόσα τέταρτα εἶναι οἱ  $5\frac{1}{4}$  ὀκάδες ; οἱ  $8\frac{3}{4}$  ; οἱ  $30\frac{1}{4}$  ὀκάδες ;

6. Πόσα ὄγδοα εἶναι οἱ  $4\frac{3}{8}$  πήχεις ; οἱ  $6\frac{4}{8}$  ; οἱ  $12\frac{5}{8}$  ;

7. Πόσα δέκατα εἶναι τὰ  $2\frac{5}{10}$  μέτρα ; τὰ  $7\frac{6}{10}$  ; τὰ  $25\frac{3}{10}$  ;

8. Πῶς λοιπὸν τρέπονται οἱ μικτοὶ σὲ κλάσματα ; Ὡστε :

Γιὰ νὰ τρέψω μικτὸ σὲ κλάσμα, πολλαπλασιάζω τὸν ἀκέραιο ἐπὶ τὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος καὶ στὸ γινόμενον προσθέτω τὸν ἀριθμητὴ. Τὸ ἀθροισμα πού βρῶσκω γράφω ἀριθμητὴ καὶ παρονομαστὴ ἀφήνω τὸν ἴδιο.

9. Νὰ τραπῆ ὁ μικτὸς  $24\frac{3}{4}$  ὀκάδες σὲ κλάσμα.

10. Νὰ τραποῦν σὲ κλάσματα, οἱ μικτοὶ :

α') **Ἀπὸ μνήμης :** 1)  $1\frac{1}{3}$ ,  $7\frac{2}{3}$ ,  $15\frac{1}{3}$ ,  $32\frac{1}{3}$ ,  $80\frac{1}{3}$ ,

2)  $1\frac{3}{4}$ ,  $6\frac{1}{4}$ ,  $12\frac{2}{4}$ ,  $25\frac{3}{4}$ ,  $45\frac{2}{4}$ ,

3)  $5\frac{2}{5}$ ,  $8\frac{4}{6}$ ,  $7\frac{3}{7}$ ,  $9\frac{5}{8}$ ,  $12\frac{5}{9}$ .

β') **Γραπτῶς :** 1)  $8\frac{3}{12}$ ,  $9\frac{6}{15}$ ,  $20\frac{6}{17}$ ,  $30\frac{8}{19}$ ,  $45\frac{2}{5}$ ,

2)  $92\frac{17}{30}$ ,  $175\frac{16}{70}$ ,  $250\frac{3}{65}$ .

## 9. Έξαγωγή άκεραίων μονάδων από καταχρηστικά κλάσματα

1. 'Η 'Ελένη έφαγε  $\frac{6}{2}$  του πορτοκαλιού. Πόσα πορτοκάλια έφαγε ;

Λύση : Τα  $\frac{2}{2}$  του πορτοκαλιού είναι ένα όλόκληρο πορτοκάλι. Τ' άλλα  $\frac{2}{2}$  άλλο ένα πορτοκάλι. Και τ' άλλα  $\frac{2}{2}$  άλλο ένα πορτοκάλι. "Ητοι έφαγε 3 πορτοκάλια (8σο χωρεί τό 2 στο 6).

2.. 'Αγόρασα  $\frac{12}{4}$  της όκάς ζάχαρη. Πόσες όκ. αγόρασα ;

Λύση :  $12 : 4 = 3$  όκάδες. "Ωστε :

**Γιά νά εξαγάγω τις άκεραίες μονάδες από τα καταχρηστικά κλάσματα, διαιρώ τόν αριθμητή διά του παρονομαστού και τό πηλίκο είναι ό άκέραιος.**

Σημ. "Αν ή διαίρεση αφήνη υπόλοιπο, τό πηλίκο θά είναι μιζτός αριθμός π. χ.  $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ .

3. Πόσα όλόκληρα μέτρα είναι τά  $\frac{30}{5}$  του μέτρου ;

4. Πόσοι όλόκληροι πήχεις είναι τά  $\frac{32}{8}$  του πήχεως ;  
Και τά  $\frac{80}{8}$  του πήχεως ;

5. Τα  $\frac{20}{8}$  του πήχεως πόσοι πήχεις είναι και τί όγδοα μένουν ως υπόλοιπο ;

6. Πόσες όκάδες είναι και τί πέμπτα μένουν άν έχωμε  $\frac{12}{5}$  της όκάς ; Και άν έχωμε  $\frac{27}{5}$  ;  $\frac{52}{5}$  της όκάς ;

7. Τα παραπάνω κλάσματα που περιέχουν άκεραίες μονάδες, πώς λέγονται ;

8. 'Ημπορούμε νά εξαγάγωμε άκεραίες μονάδες από γνήσια κλάσματα :

9. Νά εξαγάγετε τις άκεραίες μονάδες από τά παρακάτω καταχρηστικά κλάσματα :

- Α') 'Από μνήμης :
- 1)  $\frac{18}{2}$ ,  $\frac{24}{3}$ ,  $\frac{40}{5}$ ,  $\frac{60}{6}$ ,  $\frac{63}{7}$ ,  $\frac{120}{12}$ ,
  - 2)  $\frac{15}{2}$ ,  $\frac{19}{3}$ ,  $\frac{26}{4}$ ,  $\frac{43}{7}$ ,  $\frac{35}{9}$ ,  $\frac{57}{8}$ ,
  - 3)  $\frac{50}{15}$ ,  $\frac{75}{12}$ ,  $\frac{100}{16}$ ,  $\frac{130}{20}$ ,  $\frac{410}{50}$ ,  $\frac{1250}{100}$ .

Β') Γραπτῶς :

1)  $\frac{156}{6}, \frac{139}{8}, \frac{149}{3}, \frac{173}{9}, \frac{583}{7}, \frac{345}{10},$

2)  $\frac{295}{11}, \frac{396}{13}, \frac{417}{18}, \frac{651}{19}, \frac{1230}{17}, \frac{5206}{50}.$

## 10. Ἰδιότητες κλασμάτων

### Α'. Πολλαπλασιασμός και διαίρεση τοῦ ἀριθμητῆ

#### Πρώτη ομάδα

1) Ἔχω τὸ κλάσμα  $\frac{2}{10}$  τοῦ μέτρου (=2 παλάμες). Δεῖξε τὰ  $\frac{2}{10}$  ἐπάνω στὸ μέτρο.

Ποιὸ κλάσμα θὰ εὔρω ἂν πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητῆ τοῦ κλάσματος  $\frac{2}{10}$  ἐπὶ τὸ 2 ;

Τὸ κλάσμα  $\frac{4}{10}$  τοῦ μέτρου, πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

Ποιὸ κλάσμα θὰ εὔρω ἂν πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητῆ τοῦ κλάσματος  $\frac{2}{10}$  ἐπὶ τὸ 3 ; Καὶ ποιὸ ἂν πολλαπλασιάσω ἐπὶ τὸ 5 ;

Τὸ κλάσμα  $\frac{6}{10}$  πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ; Καὶ τὸ  $\frac{10}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

Πῶς ἔγιναν λοιπὸν τὰ κλάσματα  $\frac{6}{10}$  καὶ  $\frac{10}{10}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

2. "Ἄς πάρω τώρα ἄλλο κλάσμα" τὸ  $\frac{2}{8}$  τοῦ πήχεως (=2 ρ.).

Ποιὰ κλάσματα θὰ εὔρω ἂν πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητῆ τοῦ ἐπὶ 2 ; ἐπὶ 3 ; Καὶ ἐπὶ 4 ;

Καθένα ἀπὸ τὰ κλάσματα αὐτά, πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{8}$  ;

Πῶς ἔγιναν λοιπὸν καὶ τὰ κλάσματα  $\frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{8}$  ;

"Ὡστε : Ὄταν πολλαπλασιάξω τὸν ἀριθμητῆ τοῦ κλάσματος μ' ἓναν ἀριθμὸ, τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται.

3. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸν πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος  $\frac{4}{5}$ , νὰ γίνῃ  $\frac{16}{5}$ ;

4. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸν πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος  $\frac{5}{20}$  γιὰ νὰ γίνῃ  $\frac{30}{20}$ ;

Καὶ τοῦ  $\frac{8}{10}$  νὰ γίνῃ  $\frac{96}{10}$ ;

5. Ἄν πολλαπλασιάσω τὸν ἀριθμητὴ τῶν κλασμάτων:  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$  καὶ  $\frac{5}{10}$  ἐπὶ τὸ 8, τί κλάσματα θὰ βρῶ καὶ τί σχέση ἔχουν τὰ κλάσματα αὐτὰ μὲ τὰ πρῶτα;

6. Πολλαπλασίασε ἐπὶ 10 τὸν ἀριθμητὴ τῶν κλασμάτων

$$\frac{3}{40}, \frac{7}{80}, \frac{9}{10}, \frac{12}{150}$$

**Δευτέρα ομάδα.** 1. Μᾶς ἔχει δοθῆ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{8}$  τοῦ πήχεως (= 4 ρούπια).

Ποιὸ κλάσμα θὰ γίνῃ ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ διὰ 2;

Τὸ κλάσμα  $\frac{2}{8}$  τοῦ πήχεως (= 2 ρούπια), πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{8}$ ;

Ποιὸ κλάσμα θὰ γίνῃ ἂν διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος  $\frac{4}{8}$  διὰ 4;

Τὸ κλάσμα  $\frac{1}{8}$  τοῦ πήχεως, πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{8}$ ;

Πῶς ἔγιναν λοιπὸν τὰ κλάσματα  $\frac{2}{8}$  καὶ  $\frac{1}{8}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{8}$ ;

2. Ἄς δοῦμε τώρα καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{12}$  τοῦ ἔτους (= 4 μῆνες).

Ποιὸ κλάσμα θὰ γίνῃ ἂν διαιρέσω τὸν ἀριθμητὴ του διὰ 2; Καὶ ποιὸ ἂν διαιρέσω τὸν ἀριθμητὴ διὰ 4;

Καθένα ἀπὸ τὰ κλάσματα αὐτὰ πόσες φορές εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{12}$ ;

Πῶς ἔγιναν λοιπὸν τὰ κλάσματα  $\frac{2}{12}$  καὶ  $\frac{1}{12}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{12}$ ;

**Ῥωστε:** Ὄταν διαιρῶ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ, τὸ κλάσμα διαιρεῖται.

3. Έχω τὸ κλάσμα  $\frac{8}{10}$  καὶ θέλω νὰ διαιρέσω τὸν ἀριθμητὴ τοῦ διὰ 2. Τί κλάσμα θὰ εὔρω :

4. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ διαιρέσωμε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος  $\frac{10}{12}$  γιὰ νὰ γίνῃ  $\frac{2}{12}$  :

5. Ἄν διαιρέσω τὸν ἀριθμητὴ τῶν κλασμάτων  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{8}{9}$ ,  $\frac{10}{12}$ , διὰ 2, τί κλάσματα θὰ εὔρω καὶ ποιά σχέση ἔχουν τὰ κλάσματα αὐτὰ μὲ τὰ πρῶτα :

6. Τὰ κλάσματα  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{12}$ ,  $\frac{7}{20}$ ,  $\frac{5}{30}$  νὰ γίνουν: α') διπλάσια, β') τριπλάσια, γ') τετραπλάσια.

7. Καὶ τὰ κλάσματα  $\frac{12}{20}$ ,  $\frac{18}{12}$ ,  $\frac{36}{7}$ ,  $\frac{60}{12}$  νὰ γίνουν μικρότερα: α') 2 φορές, β') 3 φορές, γ') 6 φορές.

### **Β') Πολλαπλασιασμοὶ καὶ διαίρεση τοῦ παρονομαστοῦ**

#### **Πρώτη ὁμάδα :**

1. Έχω τὸ κλάσμα  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς (=100 δράμια). Τί κλάσμα θὰ εὔρω ἂν πολλαπλασιάσω τὸν παρονομαστή τοῦ ἐπὶ τὸ 2 :

Τὸ  $\frac{1}{8}$  τῆς ὀκάς (=50 δράμια), πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{4}$  ; Καὶ γιατί ;

Τί κλάσμα θὰ εὔρω ἂν πολλαπλασιάσω τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος  $\frac{1}{4}$  ἐπὶ τὸ 4 :

Τὸ κλάσμα  $\frac{1}{16}$  τῆς ὀκάς (=25 δράμια), πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{4}$  ;

Πῶς ἔγιναν τὰ κλάσματα  $\frac{1}{8}$  καὶ  $\frac{1}{16}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{4}$  :

2. Ἄς ἰδοῦμε καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{12}$  τοῦ ἔτους (=3 μῆνες).

Τί κλάσμα θὰ γίνῃ ἂν πολλαπλασιάσω τὸν παρονομαστή τοῦ ἐπὶ 2 ; Καὶ τί ἂν τὸν πολλαπλασιάσω ἐπὶ 4 ;



Τὸ κλάσμα  $\frac{2}{24}$  τοῦ ἔτους (= 1 μήνας) πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{12}$ ; Καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{48}$  τοῦ ἔτους (= 1 μήνας), πόσες φορές εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{12}$ ;

Πῶς ἔγιναν λοιπὸν τὰ κλάσματα  $\frac{4}{24}$  καὶ  $\frac{4}{48}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{12}$ ;

**Ὡστε: "Ὅταν πολλαπλασιάξω τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος, τὸ κλάσμα διαιρεῖται.**

**Σημ.** Κόψετε ἓνα πορτοκάλι σὲ δύο μέρη ἴσα. Κατόπιν τὸ μισὸ πάλι σὲ δύο κ. ο. κ. καὶ θὰ φανῆ καθαρά γιὰτὶ μὲ τὸν πολλαπλασιασμὸ τοῦ παρονομαστοῦ, τὰ κλάσματα διαιροῦνται.

3. Πολλαπλασιασμὸς τοῦ παρονομαστή τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{6}$  ἐπὶ 5. Τί κλάσμα θὰ εὔρησ;

4. Καὶ τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος  $\frac{2}{7}$  ἐπὶ 6;

5. Πολλαπλασίασε τοὺς παρονομαστές τῶν κλασμάτων  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{8}{12}$ ,  $\frac{13}{4}$  ἐπὶ 7.

6. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸ πρέπει νὰ πολλαπλασιάσω τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{4}$  νὰ γίνῃ  $\frac{3}{48}$ ;

7. "Αν πολλαπλασιάσω τὸν παρονομαστή τῶν κλασμάτων  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $5\frac{7}{8}$  ἐπὶ τὸ 5, ποιά κλάσματα θὰ ἔχω καὶ τί σχέση ἔχουν τὰ κλάσματα αὐτά μὲ τὰ πρῶτα;

### **Δευτέρα ομάδα**

1. Μοῦ ἔχει δοθῆ πάλι τὸ πρῶτο κλάσμα· τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὁκάς.

Ποιὸ κλάσμα θὰ εὔρω ἂν διαιρέσω τὸν παρονομαστή διὰ 2;

Τὸ κλάσμα  $\frac{1}{2}$  τῆς ὁκάς, πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{4}$ ;

Πῶς ἔγινε τὸ κλάσμα  $\frac{1}{2}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{4}$ ;

2. "Ας ἴδουμε τώρα καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{2}{10}$  τοῦ μέτρου (= 2 παλάμες).

Ποιὸ κλάσμα θὰ ἔχω ἂν διαιρέσω τὸν παρονομαστή του διὰ 2; Καὶ ποῖο ἂν τὸν διαιρέσω διὰ 5;

Τὸ κλάσμα  $\frac{2}{5}$  τοῦ μέτρου (= 4 παλάμες), πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

Καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{2}{2}$  (= 1 μέτρο), πόσες φορές εἶναι μεγαλύτερο ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

Πῶς ἔγινε λοιπὸν τὸ κλάσμα  $\frac{2}{5}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ; Καὶ τὸ  $\frac{2}{2}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{10}$  ;

“Ὡστε : “Ὅταν διαιρῶ τὸν παρονομαστή τοῦ κλάσματος, τὸ κλάσμα πολλαπλασιάζεται.

3. Μὲ ποῖον ἀριθμὸν πρέπει νὰ διαιρέσω τὸ παρονομαστή τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{12}$  νὰ γίνῃ  $\frac{3}{3}$  ; Καὶ τοῦ  $\frac{5}{30}$  νὰ γίνῃ  $\frac{5}{6}$  ;

4. “Αν διαιρέσω τὸν παρονομαστή τῶν κλασμάτων  $\frac{5}{8}$ ,  $\frac{7}{12}$ ,  $\frac{9}{16}$  διὰ 4, τὶ κλάσματα θὰ ἔχω καὶ ποιά σχέση ἔχουν τὰ κλάσματα αὐτὰ μὲ τὰ πρῶτα ;

5. Τὰ κλάσματα  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{7}{8}$  νὰ γίνουν ἀπὸ τὸν παρονομαστή τοὺς μικρότερα α') 2 φορές, β') 3 φορές, γ') 5 φορές.

6) Καὶ τὰ κλάσματα  $\frac{3}{15}$ ,  $\frac{4}{30}$ ,  $\frac{10}{60}$  νὰ γίνουν ἀπὸ τὸν παρονομαστή: α') τριπλάσια, β') τετραπλάσια, γ') πενταπλάσια.

### Γ) Πολλαπλασιασμός καὶ διαίρεση τῶν ὄρων τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ

1. Ὁ Κώστας ἔχει μαζί του 2 εἰκοσάλεπτα καὶ ὁ Ἄνδρας 4 δεκάλεπτα (δεκάρες). Γράψε μὲ κλάσματα τὶ μέρος τῆς δραχμῆς ἔχει ὁ καθένας ; Πρόσχεξε τώρα :

Ποῖος ἔχει περισσότερα χρήματα ; Γιατί ;

Ἐπομένως τὶ εἶναι μεταξύ τους τὰ κλάσματα  $\frac{2}{5}$  καὶ  $\frac{4}{10}$  ;

Τὸ κλάσμα  $\frac{4}{10}$  πῶς ἔγινε ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{5}$  ;

Ἄποκριση : Μὲ πολλαπλασιασμὸ τῶν ὄρων τοῦ ἐπὶ 2. Καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{2}{5}$  πῶς ἔγινεν ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{10}$  ;

**Ἀπόκριση :** Μὲ διαίρεση τῶν ὄρων του διὰ 2.

2. Ὁ Τάκης ἀγόρασε ἀπὸ τὸ οἰνοπωλεῖο  $\frac{1}{2}$  ὄκ. κρασί, ὁ Νίκος  $\frac{2}{4}$  ὄκ. καὶ ὁ Δημὸς  $\frac{4}{8}$  τῆς ὄκας.

Ποῖος ἀπὸ τοὺς τρεῖς ἀγόρασε περισσότερο ; Γιατί ;

Τί εἶναι μεταξύ τους τὰ κλάσματα  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  καὶ  $\frac{4}{8}$  ;

Πῶς ἔγιναν τὰ κλάσματα  $\frac{2}{4}$  καὶ  $\frac{4}{8}$  ἀπὸ τὸ  $\frac{1}{2}$  ;

Τὸ κλάσμα  $\frac{1}{2}$  πῶς ἔγινεν ἀπὸ τὸ  $\frac{2}{4}$  ; Καὶ ἀπὸ τὸ  $\frac{4}{8}$  ;

Ὡστε :  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ . Καὶ ἀντίστροφα :  $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ .

3. Σοῦ δίνω τὸ κλάσμα  $\frac{3}{6}$  τῆς ὥρας (=30').

Τοῦ κλάσματος τούτου νὰ πολλαπλασιάσῃς τοὺς ὄρους ἐπὶ 3.

Τί κλάσμα θὰ εὔρῃς ; Τὸ κλάσμα αὐτὸ τί εἶναι μὲ τὸ  $\frac{3}{6}$  ;

Τοῦ ἴδιου κλάσματος  $\frac{3}{6}$  νὰ διαιρέσῃς τοὺς ὄρους διὰ 3.

Τί κλάσμα θὰ εὔρῃς ; Καὶ τὸ κλάσμα αὐτὸ τί εἶναι μὲ τὸ  $\frac{3}{6}$  ;

Ἀπὸ τὰ τρία παραδείγματα ποῦ ἐδόθησαν, τί παρατηρεῖς ;

Ὡστε : **Ἄν πολλαπλασιάσω ἢ διαιρέσω τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος μὲ τὸν ἴδιο ἀριθμὸ, ἢ ἀξία τοῦ κλάσματος δὲν ἀλλάσει.**

4. Τὸ κλάσμα  $\frac{1}{2}$  τοῦ πήχεως, πόσα τέταρτα εἶναι ; Πόσα ὄγδοα ; Καὶ πόσα εἰκοστά ;

5. Γράψε ἓνα κλάσμα ἰσοδύναμο (νὰ ἔχη δηλαδή τὴν ἴδια ἀξία, μὲ τὸ  $\frac{1}{4}$  καὶ νὰ ἔχη παρονομαστή 12. Μὲ ποιὸν ἀριθμὸ πολλαπλασιάζεις τοὺς ὄρους του ;

6. Γράψε 2 κλάσματα ἰσοδύναμα μὲ τὸ  $\frac{2}{3}$ , νὰ ἔχουν παρονομαστὲς 15 καὶ 30.

7. Γράψε καὶ ἓνα κλάσμα ἰσοδύναμο μὲ τὸ  $\frac{8}{12}$ , νὰ ἔχη παρονομαστή 3.

8. Νὰ γράψῃς τρία κλάσματα ἰσοδύναμα μὲ τὸ  $\frac{16}{32}$  νὰ ἔχουν παρονομαστὲς 8, 4 καὶ 2.

9. Στις παρακάτω Ισότητες βάλετε τὸν ἓνα ὄρο πὸς λείπει γιὰ νὰ γίνουν τὰ κλάσματα Ισοδύναμα.

$$\alpha') \quad \frac{1}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{15} = \frac{\quad}{24} = \frac{\quad}{30}$$

$$\beta') \quad \frac{4}{5} = \frac{\quad}{10} = \frac{20}{\quad} = \frac{35}{\quad} = \frac{150}{\quad}$$

$$\gamma') \quad \frac{3}{3} = \frac{9}{\quad} = \frac{18}{\quad} = \frac{21}{\quad} = \frac{\quad}{36}$$

$$\delta') \quad \frac{6}{7} = \frac{18}{\quad} = \frac{30}{\quad} = \frac{48}{\quad} = \frac{60}{\quad}$$

$$\epsilon') \quad \frac{24}{48} = \frac{\quad}{24} = \frac{16}{\quad} = \frac{8}{\quad} = \frac{2}{\quad}$$

$$\sigma\tau') \quad \frac{80}{100} = \frac{\quad}{40} = \frac{\quad}{16} = \frac{8}{\quad} = \frac{\quad}{4}$$

10. Νὰ γράψετε πέντε κλάσματα Ισοδύναμα μετὸ  $\frac{2}{5}$  μετὰ πολλαπλασιασμό τῶν ὄρων του.

### 11. Ἀπλοποίηση κλασμάτων

1. Ἔχεις τὸ κλάσμα  $\frac{3}{6}$  τῆς ὥρας (=30').

Ποιὸς ἀριθμὸς διαιρεῖ ἀκριβῶς τοὺς δύο ὄρους του ; (Ποιὸς δηλαδὴ εἶναι ὁ κοινὸς διαιρέτης τοῦ 3 καὶ τοῦ 6) ;

Ποιὸ κλάσμα θὰ εὔρης ἂν διαιρέσης τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος  $\frac{3}{6}$ , διὰ τοῦ ἀριθμοῦ αὐτοῦ (κοινοῦ διαιρέτου) ;

Τὸ κλάσμα πὸς θὰ εὔρης τί εἶναι μετὸ  $\frac{3}{6}$  ;

2. Σοῦ δίνω τώρα ἄλλο κλάσμα τὸ  $\frac{8}{24}$  τοῦ ἡμερονυκτίου.

Ποιοὶ ἀριθμοὶ διαιροῦν ἀκριβῶς καὶ τοὺς δύο ὄρους τοῦ κλάσματος ; Καὶ ποιά κλάσματα θὰ εὔρης ἂν διαιρέσης τοὺς ὄρους του διὰ τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν ;

Τι εἶναι τὰ κλάσματα αὐτὰ μετὸ  $\frac{8}{24}$  ;

*Σημ.* Ὁ τρόπος μετὸν ὁποῖο διαιροῦμε καὶ τοὺς δύο ὄρους τοῦ κλάσματος διὰ τοῦ ἰδίου ἀριθμοῦ χωρὶς ν' ἀλλάξῃ ἡ ἀξία του, λέγεται ἀπλοποίηση.

3. Ἀπλοποίησε :

$$\alpha') \quad \text{Διὰ τοῦ 5 τὰ κλάσματα : } \frac{10}{15}, \frac{15}{25}, \frac{20}{30}, \frac{30}{45}, \frac{35}{50}, \frac{50}{60}.$$

$$\beta') \quad \text{Διὰ τοῦ 4 τὰ κλάσματα : } \frac{4}{8}, \frac{12}{16}, \frac{24}{36}, \frac{28}{40}, \frac{40}{48}, \frac{120}{200}.$$

γ') Και διά τοῦ 3 τὰ κλάσματα :  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{12}{15}$ ,  $\frac{9}{21}$ ,  $\frac{18}{30}$ ,  $\frac{30}{45}$ ,  $\frac{48}{60}$ .

4. Ἀπλοποιεῖται τὸ κλάσμα  $\frac{3}{5}$  ;

Πῶς θὰ λέγωμε τὸ κλάσμα ποῦ δὲν ἀπλοποιεῖται ;

5. Μὲ ποῖο ἀριθμὸ πρέπει νὰ ἀπλοποιήσης τὸ κλάσμα  $\frac{8}{12}$ , γιὰ νὰ γίνῃ ἀνάγωγο ; (Ποῖος δηλαδὴ εἶναι ὁ μέγιστος κοινὸς διαιρέτης τοῦ 8 καὶ τοῦ 12) ;

6. Νὰ γίνουν ἀνάγωγα τὰ κλάσματα :

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{9}, \frac{10}{20}, \frac{8}{24}, \frac{12}{16}, \frac{16}{24}, \frac{20}{60}, \frac{80}{100}, \frac{60}{240}, \frac{500}{1500}, \frac{1200}{1800}.$$

7. Νὰ γράψετε πέντε κλάσματα καὶ νὰ τὰ ἀπλοποιήσετε, ὥσπου νὰ γίνουν ἀνάγωγα.

## 12. Τροπὴ ἑτερωνύμων κλασμάτων σὲ ὁμώνυμα

**Παράδειγμα :** Ὁ Ἕλλας μοῦ ἔδωσε  $\frac{1}{2}$  ἀπὸ τὸ μήλο ποῦ ἔκοψε καὶ ἡ Μαρία  $\frac{3}{4}$  ἀπὸ τὸ μήλο. Ποῖος μοῦ ἔδωσε περισσότερο ;

**Λύση :** Γιὰ νὰ μάθω ποῖος μοῦ ἔδωσε περισσότερο, πρέπει ὅλα τὰ τεμάχια (κομμάτια) νὰ γίνουν ἴσα. Ἦτοι τὰ κλάσματα νὰ γίνουν ὁμώνυμα.

**Πρῶτος τρόπος :** Κοινὸς παρονομαστής γίνεται τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν.

Ἦτοι, θὰ ἔχωμε τὰ κλάσματα :

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{3}{4}$$

$$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} \qquad \frac{3 \times 2}{4 \times 2}$$

$$\frac{4}{8} \qquad \frac{6}{8}$$

Μὲ τὸν ἴδιο τρόπο νὰ γίνουν ὁμώνυμα τὰ κλάσματα :

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{5}, \frac{7}{8}.$$

Νὰ γίνουν ὁμώνυμα :

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{2}{5} \qquad \frac{3}{6}$$

$$\frac{1 \times 5 \times 6}{3 \times 5 \times 6} \qquad \frac{2 \times 3 \times 6}{5 \times 3 \times 6} \qquad \frac{3 \times 3 \times 5}{6 \times 3 \times 5}$$

$$\frac{30}{90} \qquad \frac{36}{90} \qquad \frac{45}{90}$$

**Ὡστε :** Γιὰ νὰ τρέψωμε ἑτερώνυμα κλάσματα σὲ ὁμώνυμα πολλαπλασιάζομε τοὺς ὄρους κάθε κλάσματος ἐπὶ τοὺς παρονομαστὰς τῶν ἄλλων κλασμάτων.

Νά τραπούν τὰ ἑτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμόνυμα :

$$\alpha') \frac{2}{8} \frac{5}{9}, \frac{15}{20} \frac{32}{45}, \frac{72}{60} \frac{83}{135}$$

$$\beta') \frac{1}{4} \frac{2}{6} \frac{2}{7}, \frac{3}{5} \frac{5}{9} \frac{2}{3}, \frac{5}{6} \frac{7}{8} \frac{6}{9}$$

$$\gamma') \frac{1}{3} \frac{1}{5} \frac{2}{4} \frac{7}{8}, \frac{1}{4} \frac{2}{5} \frac{1}{2} \frac{3}{6}$$

**Δεύτερος τρόπος.** Κοινὸς παρονομαστής γίνεται ὁ μεγαλύτερος, ἂν διαιρῆται ἀκριβῶς μὲ ὄλους τοὺς ἄλλους παρονομαστές. Ἐὰν δὲν διαιρῆται τὸν διπλασιάζομε, τριπλασιάζομε κλπ., ὥσπου νὰ εὕρωμεν ἀριθμὸν ποὺ νὰ διαιρῆται. Τὸν κοινὸν αὐτὸν παρονομαστή διαιροῦμε διὰ τοῦ παρονομαστοῦ κάθε κλάσματος καὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιάζομε ἐπὶ τοὺς ὄρους του, ἦτοι :

**Α'.** Μὲ τὸν μεγαλύτερον παρονομαστή :

1. Νά γίνουν ὁμόνυμα τὰ κλάσματα  $\frac{1}{2}$  καὶ  $\frac{3}{4}$ .

**Σημ.** Πηλίκον τοῦ 4 : 2 εἶναι τὸ 2. Ἐπομένως ἐπὶ 2 θὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ὄρους τοῦ κλάσματος  $\frac{1}{2}$  γιὰ νὰ γίνῃ τέταρτον.

2. Μὲ τὸν ἴδιον τρόπο νὰ γίνουν ὁμόνυμα τὰ κλάσματα :

$$\frac{2}{3} \frac{5}{6}, \frac{4}{6} \frac{7}{12}, \frac{3}{9} \frac{15}{18}, \frac{5}{24} \frac{1}{2}, \frac{5}{18} \frac{12}{36}$$

3. Νά γίνουν ὁμόνυμα τὰ κλάσματα :  $\alpha') \frac{1}{2} \frac{3}{5} \frac{8}{10}$ .

**Σημ.** Πηλίκον τοῦ 10 : 2 εἶναι τὸ 5. Ἐπομένως ἐπὶ 5 θὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ὄρους τοῦ  $\frac{1}{2}$  νὰ γίνῃ δέκατον. Καὶ πηλίκον 10 : 5 = 2. Ἐπομένως ἐπὶ 2 θὰ πολλαπλασιάσωμε τοὺς ὄρους τοῦ  $\frac{3}{5}$ , νὰ γίνῃ δέκατον.

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{10} & \frac{2}{10} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{5} & \frac{8}{10} \\ \frac{5}{10} & \frac{6}{10} & \frac{8}{10} \end{array}$$

$$\beta') \frac{5}{6} \frac{3}{9} \frac{7}{18}, \frac{2}{4} \frac{3}{12} \frac{9}{24}, \frac{7}{10} \frac{12}{20} \frac{4}{5}$$

**Β')** Μὲ τὸ διπλάσιόν του. Νά γίνουν ὁμόνυμα :

$$\alpha') \frac{1}{2} \frac{3}{5} \text{ (πηλίκον } 10 : 2 = 5 \text{ καὶ } 10 : 5 = 2).$$

$$\beta') \frac{3}{4} \frac{2}{6}, \frac{3}{6} \frac{9}{15}, \quad \gamma') \frac{1}{2} \frac{4}{6} \frac{2}{9}, \frac{2}{4} \frac{3}{5} \frac{1}{2} \frac{8}{10}$$

Γ') Μὲ τὸ τριπλάσιο. Νὰ γίνουν ὁμώνυμα :

$$\alpha') \frac{2}{6} \frac{3}{9} \frac{8}{12} \text{ (πηλίκια } 36 : 6 = 6, 36 : 9 = 4 \text{ καὶ } 36 : 12 = 3).$$

$$\beta') \frac{2}{3} \frac{4}{5}, \frac{2}{3} \frac{7}{8}. \quad \gamma') \frac{1}{5} \frac{7}{9} \frac{4}{15}, \frac{1}{3} \frac{3}{10} \frac{6}{15} \frac{8}{20}.$$

Δ') Μὲ τὸ τετραπλάσιον. Νὰ γίνουν ὁμώνυμα :

$$\alpha') \frac{1}{2} \frac{2}{4} \frac{3}{5} \text{ (πηλίκια } 20 : 2 = 10, 20 : 4 = 5 \text{ καὶ } 20 : 5 = 4).$$

$$\beta') \frac{1}{4} \frac{5}{9}, \frac{2}{4} \frac{8}{15} \frac{3}{5}, \frac{1}{8} \frac{4}{6} \frac{5}{30} \frac{7}{20}.$$

### Ἀσκήσεις :

1. Νὰ τρέψετε τὰ παρακάτω κλάσματα σὲ ὁμώνυμα καὶ μὲ τοὺς δύο τρόπους :

$$\alpha') \frac{1}{3} \frac{3}{4}, \frac{2}{5} \frac{4}{6}, \frac{6}{7} \frac{1}{2}, \frac{7}{8} \frac{15}{20}, \frac{5}{12} \frac{10}{30}$$

$$\beta') \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{1}{4}, \frac{3}{5} \frac{2}{4} \frac{7}{15}, \frac{3}{4} \frac{8}{50} \frac{1}{2} \frac{1}{5}$$

2. Νὰ τρέψετε τὰ παρακάτω κλάσματα σὲ ὁμώνυμα, μὲ ὅποιο τρόπο νομίζετε εὐκολώτερο :

$$\alpha') \frac{5}{7} \frac{3}{4}, \frac{5}{6} \frac{4}{8}, \frac{6}{7} \frac{2}{3}, \frac{5}{12} \frac{8}{9}.$$

$$\beta') \frac{5}{12} \frac{7}{8} \frac{8}{20}, \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{4}{6}, \frac{3}{4} \frac{8}{10} \frac{2}{5}.$$

$$\gamma') \frac{4}{6} \frac{2}{5} \frac{1}{4} \frac{7}{20}, \frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{2}{4} \frac{6}{8}, \frac{4}{5} \frac{5}{12} \frac{8}{15} \frac{2}{3}.$$

## ΠΡΑΞΕΙΣ ΕΠΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

### 13. ΠΡΟΣΘΕΣΗ

#### Α'. Ὁμωνύμων κλασμάτων

**Παράδειγμα :** Ἡ Τασία ἐπλεξε  $\frac{2}{8}$  τοῦ πήχεως δαντέλα κι ἡ Νίτσα  $\frac{5}{8}$  τοῦ πήχεως. Πόση δαντέλα ἐπλεξαν καὶ οἱ δύο ;

**Λύση :** Ἐδῶ ἔχω νὰ προσθέσω ὁμώνυμα κλάσματα. Προσθέτω μόνον τοὺς ἀριθμητὰς καὶ παρονομαστής μένει ὁ ἴδιος.

$$\text{Ἦτοι: } \frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}.$$

“Όστε : “Όταν έχω νὰ προσθέσω ὁμώνυμα κλάσματα, προσθέτω μόνο τοὺς ἀριθμητάς. Τὸ ἀθροισμὰ τους γράφω ἀριθμητὴ τοῦ νέου κλάσματος καὶ παρονομαστὴ ἀφήνω τὸν ἴδιο.

### Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :

1. Γιά ν' ἀγοράσω ἓνα δωδεκάφυλλο τετράδιο, ἔδωσα  $\frac{4}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου καὶ γιά στυπόχαρτο  $\frac{5}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Τί ποσό ἔδωσα ;

2. Τὴν προηγούμενη ἑβδομάδα ἀγοράσαμε ἀπὸ τὸ συνιοκικὰ παντοπωλεῖο  $\frac{3}{4}$  ὄκ. ζάχαρη καὶ τὴν τρέχουσα  $\frac{2}{4}$  ὄκ. Πόση ζάχαρη ἀγοράσαμε καὶ τίς δύο ἑβδομάδες ;

3. Ἡ μητέρα ἀγόρασε τρία τεμάχια χασέ γιά μαντήλια. Τὸ α') εἶναι  $\frac{7}{10}$  τοῦ μέτρου, τὸ β')  $\frac{5}{10}$  καὶ τὸ γ')  $\frac{4}{10}$  μ. Πόσο ὕφασμα εἶναι καὶ τὰ τρία τεμάχια ;

4. Πόσα μέτρα εἶναι  $\frac{2}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{6}{8}$  τοῦ μέτρου ;

5. Πόσες ὀκάδες εἶναι  $\frac{5}{16} + \frac{4}{16} + \frac{3}{16} + \frac{6}{16}$  τῆς ὀκάς ;

6. Νὰ γίνουν οἱ προσθέσεις :

$$\alpha') \frac{3}{8} + \frac{4}{8}, \frac{5}{7} + \frac{2}{7}, \frac{5}{12} + \frac{4}{12}, \frac{9}{15} + \frac{4}{15}, \frac{25}{30} + \frac{30}{30}.$$

$$\beta') \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9}, \frac{4}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5}, \frac{8}{20} + \frac{5}{20} + \frac{3}{20}.$$

$$\gamma') \frac{7}{20} + \frac{6}{20} + \frac{5}{20} + \frac{3}{20}, \frac{3}{60} + \frac{20}{60} + \frac{15}{60} + \frac{8}{60} + \frac{12}{60}.$$

7. Νὰ συμπληρώσετε τίς ἰσότητες :

$$\frac{7}{12} + - = \frac{11}{12}, \frac{9}{18} + - = \frac{17}{18}, \frac{35}{55} + - = \frac{52}{55}, - + \frac{120}{400} = \frac{350}{400}$$

### Β'. Ἐτερονύμων κλασμάτων

Παράδειγμα : Ἀγόρασα  $\frac{2}{4}$  τοῦ πήχεως χασέ καὶ κατόπιν ἄλλα  $\frac{3}{8}$  τοῦ πήχεως. Πόσο χασέ ἀγόρασα ἐν ὄλῳ ;

Λύση : Τρέπω πρῶτα τὰ κλάσματα σὲ ὁμώνυμα καὶ κατόπιν κάνω τὴν πρόσθεση :  $\frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = ;$



“Ωστε: “Όταν έχω να προσθέσω έτερόνυμα κλάσματα, τὰ τρέπω πρώτα σὲ ὁμώνυμα καὶ ὕστερα κάνω τὴν πρόσθεση.

**Προβλήματα :**

1. ‘Ο Γιώργος ἔδωσε σ’ ἓνα ὀρφανὸ συμμαθητὴ τοῦ  $\frac{3}{5}$  τοῦ χιλιοδράχμου, ὁ Νίκος  $\frac{3}{4}$  καὶ ἡ Μαρία  $\frac{4}{10}$ . Πόσο ἔδωσαν καὶ οἱ τρεῖς ;

2. Πόσοι πήχεις εἶναι  $\frac{3}{6} + \frac{4}{5} + \frac{7}{10}$  τοῦ πήχεως ;

3. Πόσες ὀκάδες εἶναι  $\frac{2}{4} + \frac{3}{5} + \frac{6}{8}$  τῆς ὀκάς ;

4. Πόσες ὥρες εἶναι  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{3}{6}$  τῆς ὥρας ;

5. Νὰ γίνουν οἱ προσθέσεις :

α)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}, \frac{5}{6} + \frac{8}{9}, \frac{3}{7} + \frac{4}{8}, \frac{6}{10} + \frac{3}{4}$ .

β)  $\frac{14}{16} + \frac{15}{18}, \frac{36}{45} + \frac{52}{60}, \frac{126}{200} + \frac{150}{360}$ .

γ)  $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{6}, \frac{3}{5} + \frac{2}{7} + \frac{3}{4}, \frac{6}{8} + \frac{5}{12} + \frac{3}{15}$ .

δ)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}, \frac{4}{5} + \frac{2}{8} + \frac{7}{12} + \frac{6}{10}$ .

### Γ'. Μικτῶν ἀριθμῶν

**Πρώτη ομάδα:**

**Παράδειγμα :** ‘Ο Ἄνδρέας ἔδωσε γιὰ ψωμί  $2\frac{8}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου καὶ γιὰ κρέας 14 χιλιοδραχμα. Πόσο ἔδωσε ἐν ὄλῳ;

**Λύση :** Θὰ προσθέσω τοὺς ἀκεραίους καὶ τὸ ἄθροισμά τους θὰ τὸ ἐνώσω μὲ τὸ κλάσμα τοῦ μικτοῦ. Ἦτοι :

$$2\frac{8}{10} + 14 = ;$$

$$2 + 14 = 16$$

$$16 + \frac{8}{10} = 16\frac{8}{10} \text{ χιλ. ἔδωσε.}$$

“Ωστε : “Όταν έχω νὰ προσθέσω μικτὸ μὲ ἀκέραιο, προσθέτω τοὺς ἀκεραίους καὶ ἐνώνω τὸ ἄθροισμα μὲ τὸ κλάσμα τοῦ μικτοῦ.

**Προβλήματα :**

1. ‘Ο ἴδιος ἀγόρασε καὶ δύο σακκιὰ σιτάρη. Τὸ ἓνα εἶχεν

$60\frac{3}{4}$  όκ. και τὸ ἄλλο 55 όκάδες. Πόσες όκ. ἀγόρασεν ἐν ὄλῳ;

2.  $15\frac{1}{2}$  πήχεις ὕφασμα και 7 πήχεις ἀπὸ τὸ ἴδιο ὕφασμα, πόσοι πήχεις εἶναι ;

3.  $43\frac{1}{4}$  όκάδες μῆλα και 24 όκ. ἀκόμη, πόσες όκ. εἶναι ;

4.  $25\frac{3}{4}$  ἡμέρες και 32 ἡμέρες, πόσες ἡμέρες εἶναι ;

5.  $36\frac{5}{6}$  ὠρες και 12 ὠρες ἀκόμη, πόσες ὠρες εἶναι ;

6. Νὰ γίνουιν οἱ προσθέσεις :

$$48\frac{4}{9} + 32, \quad 65\frac{2}{7} + 30, \quad 80\frac{5}{12} + 45, \quad 236\frac{8}{15} + 354.$$

### Δευτέρα ομάδα :

**Παράδειγμα :** Ἡ κ. Καίτη ἀγόρασε  $3\frac{2}{8}$  πήχεις ὕφασμα νὰ κἀνη φόρεμα. Ἐπειδὴ ὄμως τὸ ὕφασμα ἦταν λίγο, ἀγόρασε ἀκόμη  $\frac{5}{8}$  τοῦ πήχεως. Πόσο ὕφασμα ἐχρειάσθηκε νὰ γίνη τὸ φόρεμα :

**Λύση.** Ἐδῶ ἔχω νὰ προσθέσω μικτὸ μὲ κλάσμα. Προσθέτω τὰ κλάσματα και τὸ ἄθροισμα τὸ ἐνώνω μὲ τὸν ἀκέραιο. Ἦτοι :

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

$$3 + \frac{7}{8} = 3\frac{7}{8}.$$

Ἔτσι : Ὄταν ἔχω νὰ προσθέσω μικτὸ μὲ κλάσμα, προσθέτω τὰ κλάσματα και τὸ ἄθροισμα ἐνώνω μὲ τὸν ἀκέραιο τοῦ μικτοῦ.

### Προβλήματα :

1. Ἀγόρασα  $5\frac{3}{4}$  όκ. κάστανα και κατόπιν ἄλλα  $\frac{2}{4}$  όκ. Πόσες όκάδες κάστανα ἀγόρασα ;

2.  $12\frac{6}{8}$  μέτρα ὕφασμα και  $\frac{3}{5}$  μέτρα ἀκόμη πόσο ὕφασμα εἶναι ;

3. Ὁ Πέτρος ἔδωσε  $6\frac{6}{10}$  χιλιόδραχμα γιὰ τὸ Ἀναγνωστικὸ και  $\frac{7}{10}$  χιλιόδραχμα γιὰ ἓνα μολύβι. Πόσα χιλιόδραχμα ἔδωσε ;

4. Ἀγόρασα  $8\frac{3}{4}$  όκάδες καρύδια και ὕστερα ἄλλα  $\frac{5}{8}$  τῆς όκάς. Πόσες όκάδες καρύδια ἀγόρασα ;

5. Πόσες δκάδες είναι  $14\frac{5}{8} + \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$  τής δκάς :

6. Πόσες ώρες είναι  $10\frac{4}{6} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$  τής ώρας ;

7. Νά γίνουν οι προσθέσεις :

α')  $3\frac{2}{10} + \frac{6}{10}$ ,  $8\frac{1}{5} + \frac{3}{5}$ ,  $7\frac{2}{5} + \frac{4}{6}$ ,  $49\frac{6}{9} + \frac{15}{27}$ .

β')  $6\frac{1}{4} + \frac{7}{8} + \frac{4}{5}$ ,  $20\frac{3}{5} + \frac{8}{9} + \frac{5}{12}$ ,  $80\frac{4}{12} + \frac{7}{15} + \frac{12}{18}$ .

### Τρίτη ομάδα :

**Παράδειγμα :** "Έμπορος αγόρασε δύο τόπια ύφασμα μάλλινο. Το ένα είναι  $25\frac{2}{8}$  πήχεις και το άλλο  $32\frac{5}{8}$ . Πόσοι πήχεις είναι όλο το ύφασμα :

**Λύση :**  $25 + 32 = 57$

$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

$57 + \frac{7}{8} = 57\frac{7}{8}$  πήχεις είναι όλο το ύφασμα.

"Όστε : "Όταν έχω να προσθέσω μικτό με μικτό, προσθέτω πρώτα τους άκεραίους ύστερα τὰ κλάσματα και ένώνω τὰ δύο άθροίσματα.

### Π ρ ο β λ ή μ α τ α :

1. 'Ο ίδιος έμπορος αγόρασε και δύο τόπια χασέ. Το ένα είναι  $18\frac{2}{4}$  πήχεις και το  $56\frac{5}{8}$ . Πόσος είναι όλος ο χασές ;

2. Κρεοπώλης αγόρασε το κρέας προς  $18\frac{6}{8}$  χιλιόδραγμα την δκά και θέλει νά κερδίση  $2\frac{1}{5}$  χιλιόδραγμα την δκά ; Πόσον πρέπει νά πωλη την δκά το κρέας ;

3. 'Αγόρασα τρία σακκιά κάρβουνα. Το πρώτο ζυγίζει  $45\frac{3}{4}$  δκάδες, το δεύτερο  $38\frac{2}{5}$  και το τρίτο  $48\frac{1}{2}$ . Τι βάρος έχουν και τὰ τρία σακκιά ;

4. Κτηματίας είχε καλλιεργήσει τρία χωράφια του με σιτάρι. 'Από το α' χωράφι έπήρε  $2320\frac{1}{4}$  δκάδες, από το β'  $1878\frac{1}{2}$  και από το γ'  $1975$  δκάδες. Πόσες δκάδες έπήρε και από τὰ τρία χωράφια ;

5. Μιά οικογένεια ξζώδευσε τόν τελευταίο μήνα  $89\frac{3}{4}$  χιλιοδραχμα για ένοίκιο,  $197\frac{9}{10}$  χιλ. για τρόφιμα και για άλλα ψώνια  $124\frac{1}{2}$  χιλ. περισσότερο από τὸ ένοίκιο. Πόσα ήσαν όλα τὰ έξοδα τής οικογενείας δλο τὸ μήνα ;

6. Σε μία οικοδομή εργάζονται τρεις κτίστες. 'Ο πρώτος κτίζει  $4\frac{1}{2}$  τεκτ. πήχεις τήν ήμέρα, ὁ δεύτερος  $\frac{3}{4}$  τοῦ τ. πήχεως περισσότερο από τόν πρώτο και ὁ τρίτος, ὅσο ὁ πρώτος και ὁ δεύτερος μαζί. Πόσους τεκτονικούς πήχεις κτίζουν και οί τρεις κτίστες τήν ήμέρα ;

7. Νά γίνουη οί προσθέσεις :

$$\alpha') \quad 38\frac{3}{5} + 7\frac{1}{5}, \quad 15\frac{2}{6} + 19\frac{4}{5}, \quad 125\frac{2}{8} + 45\frac{11}{12}$$

$$230\frac{5}{9} + 120\frac{3}{8}$$

$$\beta') \quad 5\frac{2}{3} + 6\frac{1}{4} + 9\frac{2}{5}, \quad 12\frac{3}{7} + 14\frac{5}{8} + 20\frac{1}{2}, \quad 62\frac{1}{4}$$

$$+ \frac{1}{7} + 129\frac{3}{5}$$

$$\gamma') \quad 2\frac{3}{4} + 7\frac{1}{2} + 4\frac{3}{6} + 5\frac{1}{3}, \quad 48\frac{2}{9} + 57\frac{4}{5} + 60\frac{2}{3} + 92\frac{8}{15}$$

## 14. ΑΦΑΙΡΕΣΗ

### Α'. 'Ομωνύμων κλασμάτων

Παράδειγμα: 'Η 'Ελένη αγόρασε  $\frac{7}{8}$  τοῦ πήχεως κορδέλα κι έκοψε  $\frac{4}{8}$  τοῦ πήχεως νά δέση τὰ μαλλιά της. Πόση κορδέλα έμεινε ;

Λύση: 'Εδῶ έχω ν' αφαιρέσω ὁμώνυμα κλάσματα. Θ' αφαιρέσω τούς αριθμητάς και παρονομαστής θά μείνη ὁ ίδιος.

"Ητοι:  $\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$  πήχεις κορδέλα έμεινε ;

"Ωστε: "Όταν έχω ν' αφαιρέσω ὁμώνυμα κλάσματα, αφαιρώ μόνο τούς αριθμητάς. Τὸ υπόλοιπο γράφω αριθμητὴ τοῦ νέου κλάσματος και παρονομαστής μένει ὁ ίδιος.

**Προβλήματα :**

1. Ὁ Νίκος εἶχε  $\frac{9}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου κι' ἐπλήρωσε νὰ ἀγοράσῃ στυπόχαρτο  $\frac{3}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Πόσα χρήματα ἔμειναν ;

2. Μετροῦμε τὸ μήκος τοῦ πίνακος κι εὐρίσκομε πὼς εἶναι  $\frac{98}{100}$  τοῦ μέτρου. Μετροῦμε κατόπιν καὶ τὸ πλάτος κι εὐρίσκομε  $\frac{69}{100}$  τοῦ μέτρου. Τὴ διαφορά ἔχει τὸ μήκος ;

3. Τὸ σχολεῖο ἀγόρασε  $\frac{35}{44}$  τοῦ στατήρος ἀσβέστη καὶ διέθεσε γιὰ τὸν ὑδροχρωματισμὸ τοῦ ἐσωτερικοῦ τοῦ  $\frac{29}{44}$  τοῦ στατήρος. Τὴ ὑπόλοιπο ἔμεινε ;

4. Ἐνα δοχεῖο μὲ λάδι ζυγίζει  $\frac{350}{400}$  τῆς ὀκάς. Τὸ δοχεῖο κενὸν εἶναι  $\frac{125}{400}$  τῆς ὀκάς. Πόσες ὀκάδες λάδι περιέχει ;

5. Νὰ γίνον οἱ ἀφαιρέσεις :

$$\alpha') \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4}, \quad \frac{5}{6} - \frac{4}{6}, \quad \frac{7}{8} - \frac{5}{8}, \quad \frac{12}{45} - \frac{16}{45}$$

$$\beta') \quad \frac{18}{25} - \frac{11}{25}, \quad \frac{28}{40} - \frac{16}{40}, \quad \frac{60}{70} - \frac{24}{70}, \quad \frac{85}{100} - \frac{27}{100}$$

6. Νὰ συμπληρωθοῦν οἱ ἰσότητες :

$$\alpha') \quad \frac{5}{6} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{2}{6}, \quad \frac{12}{15} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{7}{15}, \quad \frac{20}{32} - \frac{\quad}{\quad} = \frac{3}{32}$$

$$\beta') \quad \frac{\quad}{\quad} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}, \quad \frac{\quad}{\quad} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}, \quad \frac{\quad}{\quad} - \frac{7}{12} = \frac{4}{12}$$

**Β'. Ἐτερονύμων κλασμάτων**

**Παράδειγμα :** Ἐχω  $\frac{5}{8}$  τῆς ὀκάς καφέ καὶ ἐξώδευσα  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς. Τὴ ὑπόλοιπο ἔμεινε ;

**Λύση :** Τρέπω πρῶτα τὰ ἐτερόνυμα κλάσματα σὲ ὁμόνυμα καὶ κατόπιν κάνω τὴν ἀφαίρεση. Ἦτοι :

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{5} = \frac{25}{40} - \frac{16}{40} = ;$$

**Ὡστε :** Ὡταν ἔχω ν' ἀφαιρέσω ἐτερόνυμα κλάσματα, τὰ τρέπω πρῶτα σὲ ὁμόνυμα καὶ κατόπιν κάνω τὴν ἀφαίρεση.

### Προβλήματα :

1. Από ένα τεμάχιο ύφασματος μήκους  $\frac{9}{10}$  του μέτρου έκοψα  $\frac{3}{4}$  του μέτρου. Τι υπόλοιπο έμεινε ;

2. Δύο άνθρωποι αγόρασαν  $\frac{9}{12}$  όκάδες ψωμί και μετά τό φαγητό έμεινεν  $\frac{1}{4}$  τής όκάς. Πόσον ήταν τό ψωμί που έφαγαν ;

3. Ό Νίκος αγόρασε  $\frac{10}{16}$  όκ. κάστανα και έδωσε σέ δύο συμμαθητές του  $\frac{3}{8}$  τής όκάς. Τι του έμεινε ;

4. Χειμαρρος κατέστρεψε σιδηροδρομική γραμμή μήκους  $\frac{8}{10}$  του χιλιόμετρου. Τό συνεργείο επιδιώρθωσε τά  $\frac{3}{9}$  του χιλ. Τι υπόλοιπο μένει ;

5. Δύο κλάσματα έχουν άθροισμα  $\frac{11}{15}$ . Τό ένα κλάσμα είναι  $\frac{2}{7}$ , ποιό είναι τό άλλο ;

6. Νά εύρεθοϋν οί διαφορές :

$$\alpha') \frac{1}{2} - \frac{2}{5}, \frac{2}{3} - \frac{1}{4}, \frac{4}{5} - \frac{3}{7}, \frac{5}{6} - \frac{4}{8}, \frac{8}{10} - \frac{4}{7}$$

$$\beta') \frac{1}{3} - \frac{1}{8}, \frac{7}{12} - \frac{2}{8}, \frac{9}{15} - \frac{8}{18}, \frac{1}{6} - \frac{4}{32}, \frac{6}{8} - \frac{18}{72}$$

### Γ'. Κλάσματος από άκέραιον

Παράδειγμα Α' : Αγόρασα από τό χαρτοπωλείο 1 μέτρο χαρτί και έκοψα νά ντύσω τά τετράδιά μου  $\frac{3}{5}$  του μέτρου. Τι υπόλοιπο έμεινε ;

Λύση : 1 μ. =  $\frac{5}{5}$  του μέτρου

$$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = ;$$

Παράδειγμα Β' : Η μητέρα έφερε από τό παντοπωλείο 3 όκάδες ζάχαρη του δελτίου και διέθεσε για ένα γλυκό  $\frac{6}{8}$  τής όκάς. Τι υπόλοιπο έμεινε ;

Λύση : 3 όκ. — 1 = 2 όκάδες.

$$1 = \frac{8}{8} - \frac{6}{8} = \frac{2}{8} \text{ όκάδες}$$

$$2 + \frac{2}{8} = 2 \frac{2}{8} \text{ όκάδες έμειναν.}$$

$$\text{Άλλη λύση : } 3 - \frac{6}{8} = \frac{24}{8} - \frac{6}{8} = ;$$

“Ωστε : “Όταν ἔχω ν' ἀφαιρέσω κλάσμα ἀπὸ ἀκέραιο, παίρνω ἀπὸ τὸ μειωτέο μιὰ ἀκέραια μονάδα καὶ τὴν τρέπω σὲ κλάσμα μὲ παρονομαστή τὸν παρονομαστή ποῦ ἔχει ὁ ἀφαιρετέος. Ἀπὸ τὸ κλάσμα αὐτό, ἀφαιρῶ τὸ κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου.

“Ἡ τρέπω ὅλον τὸν ἀκέραιο σὲ κλάσμα μὲ παρονομαστή τὸν παρονομαστή τοῦ ἀφαιρετέου καὶ κατόπιν ἀφαιρῶ τὸ κλάσμα τοῦ ἀφαιρετέου.

### Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :

1. Εἶχα 1 ὀκᾶ βούτυρο καὶ διέθεσα γιὰ ἓνα φαγητὸ τὸ  $\frac{1}{8}$  τῆς ὀκᾶς. Τί μοῦ ἔμεινε ; Καὶ τί θὰ ἔμενε ἂν διέθετα  $\frac{2}{8}$  ;  $\frac{4}{8}$  ;  $\frac{7}{8}$  τῆς ὀκᾶς ;

2. Ἡ κ. Ἐλένη ἀγόρασε 15 πήχεις ὕφασμα καὶ ἔκοψε γιὰ μιὰ πετσέτα τῆς κουζίνας  $\frac{5}{8}$  τοῦ πήχεως. Τί ὑπόλοιπο ἔμεινε ;

3. Ὁ Πετράκης εἶχε 20 χιλιοδραχμα καὶ ἔδωσε σ' ἓνα φτωχὸ συμμαθητὴ του ν' ἀγοράσῃ μολύβι  $\frac{7}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Τί ὑπόλοιπο ἔχει ; Καὶ τί ὑπόλοιπο θὰ εἶχε ἂν ἔδιδε  $\frac{9}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου ;

4. Νὰ γίνουν οἱ ἀφαιρέσεις :

$$\alpha') 1 - \frac{1}{3}, 1 - \frac{4}{9}, 2 - \frac{2}{5}, 5 - \frac{5}{6}, 8 - \frac{2}{3},$$

$$\beta') 12 - \frac{3}{4}, 18 - \frac{5}{7}, 23 - \frac{4}{10}, 31 - \frac{8}{18}, 100 - \frac{9}{10}.$$

### Δ'. Μικτῶν ἀριθμῶν

#### Πρώτη ομάδα:

**Παράδειγμα :** Ἀγόρασα ἓνα βαρέλι τυρὶ βάρους 25 ὀκάδων. Τὸ βαρέλι ἄδειο ζυγίζει  $5\frac{3}{4}$  ὀκάδες. Πόσες ὀκάδες τυρὶ περιέχει ;

**Λύση :**  $25 - 5 = 20$  ὀκ.

$$20 - \frac{3}{4} = 19\frac{1}{4} \text{ ὀκ. εἶναι τὸ τυρὶ.}$$

“Ωστε : “Όταν ἔχω ν' ἀφαιρέσω μικτὸ ἀπὸ ἀκέραιο, ἀφαιρῶ πρῶτα τ' ἀκέραια ψηφία τοῦ μικτοῦ καὶ ὕστερα τὸ κλάσμα.

#### Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :

1. Τὸ ταμεῖο τῆς τάξεως εἶχε 225 χιλιοδραχμα κι ἐξωδεύ-

Αηκαν για βιβλία πέντε φτωχών μαθητών  $126 \frac{3}{4}$  χιλ. Τι υπόλοιπο έμεινε ;

2. Γεωργός παρήγαγε 696 όκ. φασόλια κι έπώλησε  $535 \frac{2}{5}$  όκάδες. Τι υπόλοιπο έχει ;

3. 'Η σιδηροδρομική γραμμή από τον Πειραιά ως τη Θεσσαλονίκη είναι 518 χιλιόμετρα. 'Από τον Πειραιά ως τη Λάρισα είναι  $349 \frac{1}{3}$  χιλ. Πόσα χιλιόμετρα είναι από τη Λάρισα ως τη Θεσσαλονίκη ;

4. Μία καπναποθήκη περιέχει 12500 όκάδες καπνού και πρόκειται νά έξαχθούν  $8532 \frac{6}{10}$  όκάδες. Πόσες όκάδες θά μείνουν στην αποθήκη ;

5. 'Η αξία ένός κτήματος είναι 125 έκατομμύρια δραχμών κι έδωσα για την αγορά του ως προκαταβολή  $38 \frac{2}{3}$  έκατομ. δραχμών. Πόσες δραχμές όφείλω άκόμη ;

β') Νά γίνουν οι άφαιρέσεις :

$$\alpha') 4 - 2 \frac{1}{3}, 8 - 5 \frac{4}{6}, 10 - 7 \frac{2}{8}, 12 - 9 \frac{4}{7}, 20 - 15 \frac{3}{12}.$$

$$\beta') 50 - 18 \frac{4}{5}, 68 - 36 \frac{15}{40}, 155 - 8 \frac{19}{45}, 563 - 175 \frac{17}{63}.$$

**Δευτέρα ομάδα :**

**Παράδειγμα :** "Έχω  $6 \frac{2}{3}$  όκ. ζάχαρη και θέλω νά δώσω σ' ένα γειτονά μου 4 όκάδες. Τι υπόλοιπο θά μείνη :

**Λύση :** 'Εδώ έχω ν' άφαιρέσω άκέραιο από μικτό. 'Αφαιρώ τούς άκεραίους και τó κλάσμα μένει όπως είναι. "Ητοι :

$$6 \frac{2}{3} - 4 = 2 \frac{2}{3} \text{ όκ. ζάχαρη θά μείνη.}$$

"Όστε : όταν ό μειωτέος είναι μικτός και ό αφαιρετέος άκέραιος, αφαιρώ μόνο τούς άκεραίους και τó κλάσμα μένει όπως είναι :

**Π ρ ο β λ ή μ α τ α :**

1. 'Ο Τάκης άγόρασε  $9 \frac{2}{5}$  όκάδ. ψωμι κι έξωδεύτηκαν στο σπίτι του 5 όκάδες. Πόσες όκάδες ψωμι έμειναν ;

2. 'Η Γεωργία έχει  $12 \frac{2}{3}$  πήχεις κορδέλα και θέλει νά δώ-



ση σε μιά φίλη της 7 πήχεις. Πόση κορδέλα θά της μείνη ;

3. Έμπορος έχει από ένα ύφασμα  $62\frac{3}{4}$  πήχεις. Πόσοι πήχεις ύφασμα θά μείνουν αν πωλήση 45 πήχεις ;

4. Ο πατέρας του Ανδρέα έβγαλε από τὸ έλαιοπερίβολόν του  $960\frac{6}{10}$  όκάδες λάδι και έπώλησε 723 όκάδ. Τί του έμεινε ;

5. Νά γίνουν οί άφαιρέσεις :

$$18\frac{3}{7} - 7, \quad 48\frac{8}{9} - 32, \quad 125\frac{11}{13} - 78, \quad 1280\frac{3}{4} - 965.$$

### Τρίτη ομάδα :

**Παράδειγμα Α΄ :** Η Καίτη είχε  $5\frac{6}{8}$  πήχεις δαντέλα κι έκοψε  $\frac{4}{3}$  του πήχεως. Τί υπόλοιπο έμεινε ;

**Λύση:**  $5\frac{6}{8} - \frac{4}{8} = 5\frac{2}{8}$  πήχεις έμειναν.

**Παράδειγμα Β΄ :** Έχω  $6\frac{1}{2}$  όκ. καφέ και θέλω νά δώσω σ' ένα φίλο μου  $\frac{3}{4}$  τής όκάς. Πόσος καφές θά μείνη ;

**Λύση:** Έδω τὸ κλάσμα του μειωτέου είναι μικρότερο από τὸ κλάσμα του αφαιρετέου. Άφου λοιπόν τὰ κλάσματα γίνουν όμώνυμα (τέταρτα) θά πάρωμε μιὰ άκεραία μονάδα από τὸ 6, θά τήν κάνωμε τέταρτα και αφαιρούμε μ' εύκολία. "Ητοι :

$$6\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = 6\frac{2}{4} - \frac{3}{4} = 5\frac{6}{4} - \frac{3}{4} = ;$$

**Άλλη λύση :** Τρέπομε τὸ μικτὸ σε κλάσμα και κατόπιν γίνεται ή άφαίρεση.

$$\text{"Ητοι: } 6\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{13}{2} - \frac{3}{4} = ;$$

**Ώστε :** "Όταν έχωμε ν' αφαιρέσωμε κλάσμα από μικτό, αφαιρούμε κλάσμα από κλάσμα και ό άκέραιος μένει όπως είναι.

**Άν τὸ κλάσμα του μειωτέου είναι μικρότερο, τρέπομε μιὰ άκεραία μονάδα σε κλάσμα με παρονομαστή τὸν παρονομαστή του αφαιρετέου και αφαιρούμε μ' εύκολία.**

**Άλλος τρόπος :** Τρέπομε τὸ μικτὸ σε κλάσμα και κατόπιν γίνεται ή άφαίρεση.

### Προβλήματα :

1. Έχω  $8\frac{4}{5}$  όκάδες μήλα και θέλω νά δώσω σέ δύο παι-  
διά  $\frac{3}{4}$  τής όκάς. Τι ποσόν θά μου μείνη ;

2. Ή μητέρα τής Μαρίας έχει  $22\frac{7}{8}$  πήχεις χασέ και θέλει  
νά κόψη διά μανδηλία τών παιδιών τής  $\frac{2}{3}$  του πήχεως. Πό-  
σος χασές θά μείνη ;

3. Σέ ένα κτήμα εργάζονται δύο εργάτες. Το ήμερομισθιο  
του πρώτου είναι  $23\frac{9}{10}$  χιλιοδραχμα και του άλλου  $\frac{6}{8}$  χιλ.  
ολιγώτερο.

Τι ήμερομισθιον παίρνει ο δεύτερος εργάτης ;

4. Πεζοπόρος έχει νά διανύση διάστημα  $14\frac{2}{5}$  χιλιομέτρων  
και διήνυσε  $\frac{9}{10}$  χιλ. Τι διάστημα μένει ακόμη ;

5. Από  $12\frac{1}{4}$  όκ. αλεύρι αφηρέθηκαν  $\frac{6}{8}$  όκάδες πτύρα.  
Πόσες όκάδες είναι τó καθαρό αλεύρι ;

6. Ο Νίκος είναι  $12\frac{5}{12}$  έτων και ο Πέτρος  $\frac{3}{4}$  του έτους  
μικρότερος. Τι ηλικίαν έχει ο Πέτρος ;

7. Είχα  $25\frac{2}{5}$  όκάδες καρύδια και εξώδευσα για ένα γλό-  
κισμα  $\frac{7}{8}$  τής όκάς. Πόσες όκάδες καρύδια έμειναν ;

8. Νά βρήςτε τις διαφορές :

$$3\frac{3}{4} - \frac{2}{4}, 7\frac{5}{9} - \frac{2}{5}, 11\frac{7}{20} - \frac{3}{8}, 6\frac{1}{2} - \frac{3}{4},$$

$$26\frac{2}{16} - \frac{8}{10}, 250\frac{10}{30} - \frac{15}{20}.$$

### Τετάρτη ομάδα :

Παράδειγμα : Ο Άνδρέας είχε  $12\frac{3}{4}$  χιλιοδραχμα κι  
έδωσε για τετράδια  $7\frac{1}{4}$  χιλ. Τι υπόλοιπο έχει ;

Λύση : Θα αφαιρέσω χωριστά τους άκεραίους, χωριστά τά  
κλάσματα και θα ένώσω τά δύο υπόλοιπα.

$$\text{Ήτοι : } 12 - 7 = 5$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$5 + \frac{1}{2} = 5\frac{1}{2} \text{ χιλιάδες έχει ακόμη.}$$

"Άλλη λύση: Τρέπω τούς μικτούς σὲ κλάσματα καὶ ἀφαιρῶ:

$$12\frac{3}{4} - 7\frac{1}{4} = \frac{51}{4} - \frac{29}{4} = ;$$

"Ὅστε : "Ὅταν ἔχωμε ν' ἀφαιρέσωμε μικτὸ ἀπὸ μικτὸ ἀφαιροῦμε χωριστὰ τούς ἀκεραίους, χωριστὰ τὰ κλάσματα κι ἐνώνομε τὰ δύο ὑπόλοιπα.

"Ἡ τρέπομε τούς μικτούς σὲ κλάσματα καὶ κατόπιν ἀφαιροῦμε.

### Π ρ ο β λ ή μ α τ α :

1. Ἡ μητέρα ἀγόρασε  $9\frac{6}{8}$  πήχεις ὕφασμα κι ἔκοψε γιὰ φόρεμα τῆς Ἀνουύλας  $3\frac{2}{8}$  πήχεις. Πόσο ὕφασμα ἔμεινε ;

2. Ἐνα καλάθι μὲ ἀχλάδια ζυγίζει  $12\frac{3}{4}$  ὀκάδες καὶ ἄδειο εἶναι  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς. Πόσες ὀκάδες εἶναι τ' ἀχλάδια ;

3. Ἀπὸ τὸ χωράφι μου ἔβγαλα  $867\frac{5}{8}$  ὀκάδες πατάτες κι ἐπώλησα  $574\frac{1}{4}$  ὀκ. Πόσες ὀκάδες μοῦ ἔμειναν ;

4. Ἐνας πατέρας εἶναι  $49\frac{7}{12}$  ἐτῶν καὶ τὸ παιδί του  $24\frac{2}{4}$  ἔτη μικρότερο. Τὴν ἡλικία ἔχει τὸ παιδί ;

5. Γιὰ ν' ἀγοράση ὁ Νίκος τὰ βιβλία του χρειάζεται  $27\frac{2}{5}$  χιλιάδραχμα καὶ ἔχει μόνο  $13\frac{3}{4}$  χιλ. Πόσα χιλιάδραχμα τοῦ λείπουν ;

6. Ἀπὸ 19350  $\frac{1}{5}$  δραχμὲς ποῦ ὀφείλω ἐπλήρωσα μόνο 5650  $\frac{6}{10}$  δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς ὀφείλω ἀκόμη ;

7. Τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν εἶναι  $28\frac{9}{12}$  καὶ ὁ ἓνας εἶναι  $16\frac{1}{2}$ . Ποιὸς εἶναι ὁ ἄλλος ;

8. Ποιὸν ἀριθμὸν πρέπει νὰ ἀφαιρέσω ἀπὸ τὸ  $43\frac{3}{7}$  γιὰ νὰ ἔχω ὑπόλοιπο  $15\frac{2}{3}$  ;

9. Νὰ γίνουν οἱ ἀφαιρέσεις :

α')  $4\frac{2}{3} - 2\frac{1}{5}$ ,  $9\frac{6}{10} - 5\frac{7}{15}$ ,  $17\frac{7}{8} - 8\frac{2}{6}$ ,  $250\frac{5}{6} - 169\frac{2}{7}$ .

$$\beta') 7 \frac{1}{2} - 4 \frac{3}{4}, 28 \frac{2}{9} - 13 \frac{5}{7}, 122 \frac{7}{10} - 86 \frac{5}{6}, \\ 456 \frac{2}{25} - 297 \frac{2}{3}.$$

## 15. Σύνδετα προβλήματα προσδέσεως και αφαιρέσεως

1. Ένας ταχυδρόμος κάνει το δρομολόγιό του σε τρεις ημέρες. Την πρώτη ημέρα βαδίζει το  $\frac{1}{3}$  του δρόμου και την δεύτερη τα  $\frac{2}{5}$ . Τι δρόμος μένει για την τρίτη ημέρα;

2. Από 12.800 δραχμές που είχα, έδωσα  $6.500 \frac{2}{5}$  για βιβλία και  $2.400 \frac{1}{4}$  για τετράδια. Πόσες δραχμές μου έμειναν;

3. Σε μία αποθήκη ήσαν 24.600 όκ. καπνού και έξήχθησαν την α' ημέρα  $4.630 \frac{6}{10}$  όκάδες, την β'  $5.420 \frac{1}{2}$  και την γ' ημέρα  $7.280 \frac{3}{5}$  όκάδες. Πόσες όκάδες καπνού έχουν μείνη στην αποθήκη;

4. Είς άλλην αποθήκην ήσαν  $435 \frac{1}{8}$  πήχεις μαλλίνου ύφασματος. Από αυτό έπωλήθησαν την πρώτη ημέρα  $163 \frac{5}{8}$  πήχεις, τη δεύτερη  $79 \frac{1}{4}$  και την τρίτη ημέρα  $91 \frac{1}{2}$  πήχεις. Πόσο ύφασμα μένει ακόμη στην αποθήκη;

5. Έργατης αρχίζει την εργασία του από τις  $7 \frac{1}{2}$  π. μ. ως τις 12 και από τις  $2 \frac{3}{4}$  μ. μ. ως τις  $6 \frac{1}{2}$  μ. μ. Πόσες ώρες εργάζεται την ημέρα;

6. Ό ίδιος έργατης παρήγγειλε μία ένδυμασία αντί  $576 \frac{4}{5}$  χιλιοδράχμων και συμφώνησε να την πληρώση σε τρεις δόσεις: Την πρώτη δόση έδωσε  $125 \frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα και την δεύτερη  $175 \frac{4}{5}$ . Τι υπόλοιπο μένει για την τρίτη δόση;

7. Από τρεις έργατες ό πρώτος λαμβάνει ήμερομίσθιο  $23 \frac{7}{10}$  χιλιοδραχμα την ημέρα, ό δεύτερος  $21 \frac{4}{5}$  και ό τρίτος  $4 \frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα περισσότερο από τό δεύτερο. Ποιό είναι τό ήμερο-

μίσθιο του τρίτου έργατος και πόσο λαμβάνουν και οι τρεις εργάτες την ημέρα ;

8. Σε μία κρατική αποθήκη υπήρχαν  $750245 \frac{1}{2}$  όκάδες σιτάρι και εισήχθησαν άλλες  $468752 \frac{3}{4}$  όκάδες. Έκ των ποσών αυτών εξήχθησαν για να γίνουν άλευρα την α' ημέρα  $375000$  όκάδες, την β'  $425538 \frac{3}{8}$  όκάδες και την γ' ημέρα  $38156 \frac{2}{5}$  όκάδες. Πόσες όκάδες σιτάρι μένουν στην αποθήκη ;

9. Σ' ένα παντοπωλείο είναι τρία βαρέλια γεμάτα οινόπνευμα. Το α' βαρέλι περιέχει  $363 \frac{1}{4}$  όκάδες οίνοπνεύματος, το β'  $18 \frac{1}{3}$  όκάδες περισσότερο από το α' και το γ'  $12 \frac{4}{5}$  όκάδες ολιγώτερο από το πρώτο. Πόσες όκάδες οίνοπνεύματος περιέχουν και τα τρία βαρέλια ;

10. Έργατης έλαβε από την εργασία του την Δευτέρα  $48 \frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα κι εξώδευσε  $34 \frac{3}{4}$  χιλ. Την Τρίτη έλαβε  $42 \frac{2}{5}$  χιλ. κι εξώδευσε  $31 \frac{6}{10}$  χιλ. Και την Τετάρτη έλαβε  $53 \frac{2}{4}$  χιλ. κι εξώδευσε  $29 \frac{2}{5}$ . Κάνετε το λογαριασμό και να εύρετε τι υπόλοιπο έχει το βράδυ της Τετάρτης.

## 16. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

### Α'. Κλάσμα επί ακέραιο ή ακέραιος επί κλάσμα

**Παράδειγμα Α'.** Ο Άνδρέας αγόρασε ένα είκοσάφυλλο τετράδιο και έδωσε  $\frac{2}{5}$  του χιλιοδράχμου. Τι θα δώσωμε έμεις αν αγοράσωμε 5 είκοσάφυλλα τετράδια ;

**Λύση :** Θα δώσωμε  $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{10}{5} = 2$  χιλιοδραχμα.

Άντι όμως να επαναλάβωμε 5 φορές το  $\frac{2}{5}$ , συντομώτερα πολλαπλασιάζωμε τον αριθμητή του επί 5 κι έχωμε :

$$\frac{2}{5} \times 5 = \frac{10}{5} = 2 \text{ χιλιοδραχμα.}$$

**Παράδειγμα Β'.** Αν ο πήχυς μεταξωτου ύφασματος έχει  $\frac{4}{6}$  της λίρας, τι θα πληρώσωμε αν αγοράσωμε 6 πήχεις από το ίδιο ύφασμα ;

$$\text{Λύση : } \frac{4}{6} \times 6 = \frac{24}{6} = ;$$

**Παράδειγμα Γ'.** Ὁ πήχυς βαμβακεροῦ ὑφάσματος ἔχει 7200 δραχμές. Πόσες δραχμές ἔχει τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ πήχεως ; Πόσες τὰ  $\frac{2}{4}$  ; Καὶ πόσες τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ πήχεως ;

**Λύση :** Στὸ παράδειγμα τοῦτο δὲν ζητεῖται ἡ τιμὴ πολλῶν ἀκεραίων μονάδων, ὅπως στά· δύο προηγούμενα, ἀλλ' ἡ τιμὴ πολλῶν κλασματικῶν μονάδων. Ἦτοι θὰ ἔχωμε :

Τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ πήχεως ἔχει ὅσο εἶναι τὸ  $\frac{1}{4}$  τοῦ 7200. Ἦτοι δραχμὰς 1800.

Τὰ  $\frac{2}{4}$  τοῦ πήχεως ἔχουν ὅσο εἶναι τὰ  $\frac{2}{4}$  τοῦ 7200. Ἦτοι δραχμὰς 3600.

Καὶ τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ πήχεως ἔχουν ὅσο εἶναι τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ 7200. Ἦτοι δραχμὰς 5400.

Τὰ ἴδια γινόμενα εὐρίσκομε συντομώτερα, ἂν πολλαπλασιάσωμε τὸ 7200 ἐπὶ κάθε κλάσμα χωριστά :

$$7200 \times \frac{1}{4} = \frac{7200}{4} = 1800 \text{ δραχμῆς}$$

$$7200 \times \frac{2}{4} = \frac{14400}{4} = 3600 \text{ δραχμῆς.}$$

$$\text{Καὶ } 7200 \times \frac{3}{4} = \frac{21600}{4} = 5400 \text{ δραχμῆς}$$

**Ῥωστε :** Ὅταν ἔχωμε νὰ πολλαπλασιάσωμε κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιο ἢ ἀκέραιο ἐπὶ κλάσμα, πολλαπλασιάζομε τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀκέραιο, γράφομε τὸ γινόμενο ἀριθμητὴ τοῦ νέου κλάσματος καὶ παρονομαστὴ ἀφήνομε τὸν ἴδιο.

### **Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :**

1. Ὁ Μίμης ἀγόρασε ἓνα μολύβι κι ἐπλήρωσε  $\frac{4}{5}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Τί θὰ ἐπλήρωνε ἂν ἀγόραζε 10 μολύβια ;
2. Ἀντιγράφω μιά σελίδα ἀπὸ τὸ βιβλίο μου καὶ κάνω  $\frac{2}{3}$  τῆς ὥρας. Πόσες ὥρες θὰ κάμω ἂν ἀντιγράψω 15 σελίδες ἀπὸ τὸ ἴδιο βιβλίο ;
3. Μιά πετρελαιομηχανὴ καίει  $\frac{5}{16}$  ὀκάδες πετρελαίου τὴν ὥρα. Πόσο πετρέλαιο καίει σὲ 32 ὥρες ; Καὶ πόσο σὲ 80 ὥρες ;

4. Τι θα πληρώσω για  $\frac{5}{6}$  τής όκας νωπό βούτυρο, όταν η όκα έχει 38.000 δραχμές ;

5. "Αν ό καφές έχη 42.000 δραχμές ή όκα, πόσο έχουν τα  $\frac{4}{5}$  τής όκας ;

6. Αυτόκίνητο έχει νά διανύση απόσταση 238500 χιλιομέτρων και διήνυσε τα  $\frac{8}{10}$  του δρόμου. Πόσα χιλιόμετρα έχει νά διανύση ακόμη ;

7. 'Η 'Ελλάδα καταναλώνει τό έτος 1.400.000 τόννους σιτάρι. 'Από τήν ποσότητα αυτή τα  $\frac{18}{28}$  παράγονται στην πατρίδα μας. Πόση είναι ή έτησία παραγωγή σιταριού στην 'Ελλάδα και πόση ποσότητα εισάγεται από τό έξωτερικό ;

8. 'Η παγκόσμιος παραγωγή λαδιου είναι 775000 τόννοι. 'Απ' αυτούς τό  $\frac{1}{8}$  περίπου παράγεται στην 'Ελλάδα. Πόση είναι ή έτησία παραγωγή του λαδιου στην 'Ελλάδα ;

9. 'Από 133.000.000 στρέμματα που είναι ή έκταση τής 'Ελλάδος, τα  $\frac{15}{100}$  είναι δάση. Πόση έκταση καταλαμβάνουν τα δάση ;

10. Νά πολλαπλασιάσετε τό 48 επί τό  $\frac{4}{6}$ . Και τό 96 επί τό  $\frac{2}{3}$ .

11. Νά γίνουν οί πολλαπλασιασμοί :

$$\alpha') \frac{9}{45} \times 8 \quad \frac{15}{80} \times 18 \quad \frac{16}{24} \times 32 \quad \frac{4}{12} \times 125$$

$$\beta') 8 \times \frac{2}{7} \quad 20 \times \frac{3}{5} \quad 75 \times \frac{8}{12} \quad 200 \times \frac{4}{8}$$

### **Β'. Μικτός επί άκέραιο ή άκέραιος επί μικτό**

**Παράδειγμα Α' :** Για νά γίνη μιá παιδική ένδυμασία, χρειάζονται  $2\frac{3}{4}$  πήχεις ύφασμα. Πόσο ύφασμα πρέπει ν' αγοράσουμε νά γίνουν 5 ένδυμασίες.

**Λύση :** Τρέπομε τό μικτό σε κλάσμα κι έχομε νά πολλαπλασιάσωμε κλάσμα επί άκέραιο. "Ητοι :  $2\frac{3}{4} \times 5 = \frac{11}{4} \times 5 =$  ;

**Παράδειγμα Β' :** "Όταν τό βοδινό κρέας έχει 18600 δραχμές ή όκα, πόσο θα πληρώσωμε για  $3\frac{1}{4}$  όκάδες ;

$$\text{Λύση : } 18600 \times 3\frac{1}{4} = 18600 \times \frac{13}{4} = ;$$



“Ωστε : “Όταν ἔχουμε νὰ πολλαπλασιάσωμε μικτὸ ἐπὶ ἀκέραιο ἢ ἀκέραιο ἐπὶ μικτὸ, τρέπομε τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ πολλαπλασιάζομε κλάσμα ἐπὶ ἀκέραιο.

**Π ρ ο β λ ή μ α τ α :**

1. Ὁ πατέρας τοῦ Μίμη εἶναι κτίστης καὶ ἐργάζεται μετ' ἡμερομίσθιο  $58\frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα τὴν ἡμέρα. Τί ποσὸ θὰ λάβῃ ἂν ἐργασθῇ 25 ἡμέρες ;

2. Τὸ λεωφορεῖο ἀνεχώρησε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα γιὰ τὴ Φλώρινα μετ' ἐμέση ταχύτητα  $46\frac{1}{5}$  χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Πόσα χιλιόμετρα θὰ ἔχη διανύσῃ μετὰ 12 ὥρες ;

3. Τὸ ἀτμόπλοιο «Ἀνδρίας» τρέχει μετ'  $16\frac{3}{4}$  μίλια τὴν ὥρα. Πόσα μίλια θὰ τρέξῃ ἔπειτα ἀπὸ ἓνα ἡμερονύκτιο καὶ 6 ὥρες ;

4. “Όταν ὁ πῆχυς μαλλίνου ὑφάσματος ἔχη 128000 δραχμῆς, τί θὰ πληρώσωμε γιὰ  $4\frac{2}{8}$  πῆχεις ἀπὸ τὸ ἴδιο ὑφασμα ;

5. Ἡ οἰκοδομήσιμος ξυλεῖα ἔχει 750.000 περίπου δραχμῆς τὸ κυβικὸ μέτρο. Ὁ θεῖος τοῦ Ἀντώνη πρόκειται ν' ἀγοράσῃ  $8\frac{2}{5}$  κυβ. μέτρα ξυλεῖας γιὰ τὸ σπίτι του. Τί ποσὸ θὰ πληρώσῃ ;

6. Τὸ ναυτικὸ μίλι ἰσοῦται μετ' 1852 μέτρα. Μετ' πόσα μέτρα ἰσοῦνται τὰ  $850\frac{3}{4}$  μίλια ;

7. Σὲ μιὰ ἀποθήκη εἶναι 162 σακκιά καφῆς καὶ περιέχουν  $65\frac{2}{8}$  χιλιόγραμμα καφῆ τὸ καθένα. Πόσος καφῆς εἶναι στὴν ἀποθήκη ;

8. Νὰ πολλαπλασιάσετε τὸ  $36 \times 48\frac{1}{5}$ .

9. Νὰ γίνουιν οἱ πολλαπλασιασμοί :

α')  $3\frac{1}{4} \times 4$      $9\frac{4}{6} \times 5$      $15\frac{2}{12} \times 8$      $125\frac{2}{4} \times 58$ .

β')  $7 \times 8\frac{4}{9}$      $10 \times 9\frac{15}{20}$      $18 \times 13\frac{3}{6}$      $32 \times 46\frac{1}{4}$ .

**Γ'. Κλάσμα ἐπὶ κλάσμα (ἢ μικτὸ)**

**Παράδειγμα Α'.** Ἡ ὑάρδα ἀγγλικοῦ ὑφάσματος ἔχει  $\frac{1}{2}$



της λίρας. Πόσο θά πληρώσωμε για  $\frac{3}{4}$  της ύαρδας από το ίδιο ύφασμα ;

**Λύση :** Ἀφοῦ ἡ ύαρδα ἔχει  $\frac{1}{2}$  της λίρας, για νά εὔρωμε πόσο ἔχουν τὰ  $\frac{3}{4}$  της ύαρδας πρέπει νά εὔρωμε τὸ τέταρτο τοῦ  $\frac{1}{2}$  καὶ νά τὸ πάρωμε τρεῖς φορές, ἦτοι :

Ἡ 1 ύαρδα ἔχει  $\frac{1}{2}$  της λίρας.

τὸ  $\frac{1}{4}$  της ύαρδας ἔχει 4 φορές λι-

γώτερο, ἦτοι  $\frac{1}{2} \times 4 = \frac{1}{8}$  της λίρας

καὶ τὰ  $\frac{3}{4}$  της ύαρδας ἔχουν 3 φορές

περισσότερο, ἦτοι  $\frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$  της λίρας.

Τὸ πρόβλημα τοῦτο, πιὸ εὔκολα λύνεται μὲ πολλαπλασιασμό γιατί μᾶς δίδεται ἡ τιμὴ της μιᾶς μονάδος καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ τῶν πολλῶν μονάδων (ἔστω καὶ κλασματικῶν), ἦτοι :

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

Ὡστε : τὰ  $\frac{3}{4}$  της ύαρδας ἔχουν  $\frac{3}{8}$  της λίρας.

**Παράδειγμα Β΄.** Ἄν ἡ ύαρδα τοῦ ἰδίου ύφάσματος εἶχε  $\frac{2}{5}$  της λίρας, πόσο θά ἔπρεπε νά πληρώσωμε για  $\frac{7}{8}$  της ύαρδας ;

**Λύση :**  $\frac{2}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{14}{40} = ;$

**Παράδειγμα Γ΄.** Ὁ πήχυς μεταξωτοῦ ύφάσματος ἔχει  $\frac{1}{5}$  της λίρας. Πόσο θά πληρώσωμε ἂν ἀγοράσωμε  $5 \frac{3}{4}$  πήχεις ἀπὸ τὸ ἴδιο ύφασμα ;

**Λύση :**  $\frac{1}{5} \times 5 \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \times \frac{23}{4} = ;$

Ὡστε : Ὄταν ἔχωμε νά πολλαπλασιάσωμε κλάσμα ἐπὶ κλάσμα, πολλαπλασιάζωμε χωριστὰ τοὺς ἀριθμητὰς καὶ χωριστὰ τοὺς παρονομαστὰς. Τὸ γινόμενο τῶν ἀριθμητῶν γράφομε ἀριθμητὴ τοῦ νέου κλάσματος καὶ τὸ γινόμενο τῶν παρονομαστῶν γράφομε παρονομαστὴ του.

**Σημ.** Ἄν ὁ ἕνας τῶν παραγόντων εἶναι μικτός, τὸν τρέπομε σὲ κλάσμα.

**Προβλήματα :**

1. Ὁ πήχυς μιᾶς κορδέλας ἔχει  $\frac{4}{5}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Ἡ Μαρία ἀγόρασε μόνο  $\frac{7}{8}$  τοῦ πήχους. Πόσο θὰ πληρώσῃ ;

2. Ἡ ἀδελφὴ τῆς Τασίας ὑφαίνει  $\frac{3}{8}$  πήχεις ὕφασμα τὴν ὥρα. Πόσο ὕφασμα θὰ ὑφάνῃ σὲ  $\frac{4}{6}$  τῆς ὥρας ;

3. Μ' ἓνα δολλάριο ἀγοράζομε  $\frac{2}{5}$  τῆς ὀκάς καφέ. Τί ποσότητα καφέ θ' ἀγοράσωμε μὲ  $\frac{3}{4}$  τοῦ δολλαρίου ;

4. Ὁ κ. Γιώργης ἐργάζεται σὲ μιὰ οἰκοδομὴ καὶ κτίζει  $\frac{5}{8}$  τοῦ κυβικοῦ μέτρου τὴν ὥρα. Πόσα κυβικὰ μέτρα θὰ κτίσῃ ἀν' ἐργασθῇ  $7\frac{2}{5}$  ὥρες ;

5. Πόσο εἶναι τὸ  $\frac{1}{3}$  τοῦ  $\frac{2}{5}$  ; τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ  $\frac{4}{5}$  ; Καὶ τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ  $\frac{12}{20}$  ;

6. Νὰ πολλαπλασιάσετε τὸ κλάσμα  $\frac{6}{9}$  ἐπὶ  $\frac{5}{7}$ . Καὶ τὸ κλάσμα  $\frac{4}{8}$  ἐπὶ  $\frac{3}{4}$ .

7. Νὰ γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοί :

α') (Ἐπὶ μνήμης) :  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}, \frac{4}{5} \times \frac{4}{5}, \frac{5}{8} \times \frac{9}{10}$ .

β') Γραπτῶς :  $\frac{15}{20} \times \frac{18}{25}, \frac{17}{24} \times \frac{5}{6}, \frac{34}{40} \times \frac{25}{45}$ .

Νὰ γίνουν καὶ οἱ πολλαπλασιασμοί :

$\frac{5}{7} \times 7\frac{1}{4}, \frac{6}{8} \times 15\frac{1}{3}, \frac{15}{60} \times 24\frac{3}{5}, \frac{17}{85} \times 120\frac{1}{2}$ .

**Δ. Μικτὸς ἐπὶ μικτὸ**

**Παράδειγμα :** Μιὰ ὀκᾶ ζυμαρικὰ ἔχει  $4\frac{4}{5}$  χιλιόδραγμα. Πόσο θὰ πληρώσωμε γιὰ ἓνα πακέτο ζυμαρικὰ τῶν  $5\frac{2}{8}$  ὀκάδων ;

**Λύση :** Τρέπω τοὺς μικτοὺς σὲ κλάσματα καὶ πολλαπλασιάζω κλάσμα ἐπὶ κλάσμα. Ἦτοι :

$$4\frac{4}{5} \times 5\frac{2}{8} = \frac{24}{5} \times \frac{42}{8} = ;$$

Ὡστε : Ὄταν ἔχω νὰ πολλαπλασιάσω μικτὸ ἐπὶ μικτὸ, τοὺς τρέπω σὲ κλάσματα καὶ πολλαπλασιάζω κλάσμα ἐπὶ κλάσμα.

**Προβλήματα :**

1. Το γάλα έχει  $3\frac{8}{10}$  χιλιόδραγμα ή όκᾶ. Τι ποσό θά πληρώνω κάθε ημέρα ἂν αγοράζω  $\frac{3}{4}$  τῆς όκᾶς γάλα ; Καί τί ἂν αγοράζω  $2\frac{2}{5}$  τῆς όκᾶς :

2. Ὑπελόγισαν ὅτι οἱ χυμοὶ ἀνεβαίνουν στό δέντρο, σέ ὕψος  $1\frac{3}{4}$  μέτρα περίπου τὴν ὥρα. Ἐνα δέντρο κοντά στό σχολεῖο ἔχει ὕψος  $15\frac{1}{2}$  μέτρα. Σέ πόσο χρόνο ἀνεβαίνουν οἱ χυμοὶ ὡς τὴν κορυφή :

3. Ἡ μητέρα γιά νά ἐτοιμάσῃ τὸ φαγητὸ μιᾶς ἡμέρας ἀγόρασε  $1\frac{2}{4}$  όκάδες κρέας πρὸς  $22\frac{2}{3}$  χιλιόδραγμα τὴν όκᾶ καί  $\frac{3}{4}$  όκ. ρύζι πρὸς  $9\frac{3}{5}$  χιλιόδραγμα. Πόσο ἐστοίχισε τὸ φαγητό;

4. Ἡ ἴδια ἀγόρασε καί  $3\frac{1}{4}$  μέλι πρὸς  $18\frac{2}{5}$  χιλιόδραγμα τὴν όκᾶ. Πόσο ἐπλήρωσε ;

5. Μιά οἰκογένεια ἀγοράζει τὸ μῆνα  $52\frac{1}{2}$  όκάδες ψωμί τοῦ δελτίου πρὸς  $2\frac{4}{10}$  χιλιόδραγμα τὴν όκᾶ. Τι πληρώνει γιά ψωμί τὸ μῆνα ;

6. Αὐτοκίνητο ἔχει νά διανύσῃ  $310\frac{1}{2}$  χιλιόμετρα καί στό  $\frac{3}{4}$  τοῦ δρόμου ἔπαθε βλάβη. Πόσα χιλιόμετρα διήνυσε ;

7. Οἰκόπεδο  $340\frac{3}{4}$  πήχεων ἐπώληθῃ πρὸς  $32\frac{1}{2}$  χιλιόδραγμα τὸν πήχου. Πόσο στοιχίζει ;

8. Ἐμπορος μίαν ἡμέραν ἐπώλησε  $825\frac{1}{4}$  όκάδες σαποῦνι πρὸς  $8\frac{4}{5}$  χιλιόδραγμα τὴν όκᾶ. Πόσο εἰσέπραξε ;

9. Ὁ ἴδιος ἐπώλησῃ καί  $2450\frac{2}{5}$  όκάδες ἀραβόσιτο πρὸς  $1\frac{1}{2}$  χιλιόδραγμα τὴν όκᾶ. Πόσο εἰσέπραξε ;

10. Νά γίνουν οἱ πολλαπλασιασμοὶ ;

$$\frac{3}{5} \times 9\frac{2}{3}, \quad 10\frac{2}{7} \times \frac{3}{8}, \quad 30\frac{1}{3} \times 22\frac{1}{6}, \quad 48\frac{4}{10} \times 36\frac{6}{9}$$

## 17. Γινόμενον πολλῶν παραγόντων

1. Τὸ μήκος ἑνὸς δωματίου εἶναι 5 μέτρα, τὸ πλάτος 4 καὶ τὸ ὕψος 3 μ. Πόσα κυβικά μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ δωματίου ;

**Λύση :** Πολλαπλασιάζω τοὺς δύο πρώτους παράγοντες καὶ τὸ γινόμενο πολλαπλασιάζω ἐπὶ τὸν τρίτο παράγοντα τὸ 3, ἦτοι:  $5 \times 4 = 20$ . Καὶ  $20 \times 3 = 60$ .

“Ὡστε ὁ ὄγκος εἶναι 60 κυβικά μέτρα.

\*2. Κυβικὸ δωματίο ἔχει τὶς τρεῖς διαστάσεις του (μήκος, πλάτος, ὕψος) ἀπὸ  $3\frac{1}{2}$  μέτρα. Πόσα κυβικά μέτρα εἶναι ὁ ὄγκος του ;

3. Τρίτο δωμάτιο ἔχει διαστάσεις  $5\frac{3}{4}$  μέτρα,  $4\frac{2}{10}$  καὶ  $3\frac{4}{5}$  μέτρα. Τὶ ὄγκον ἔχει ;

4. Ὁ πατέρας τοῦ Δήμου εἶναι ξυλουργὸς καὶ ἐργάζεται μετὴν ὥρα. Σὲ μιὰ οἰκοδομὴ εἰργάσθη ἐπὶ 6 ἡμέρες ἀπὸ  $7\frac{1}{2}$  ὧρες τὴν ἡμέρα με συμφωνία νὰ παίρῃ  $5\frac{2}{5}$  χιλιόδραχμα τὴν ὥρα. Πόσα χιλιόδραχμα θὰ πάρῃ ;

5. Νὰ βρεθῇ τὸ γινόμενον τῶν ἀριθμῶν :  $8 \times 3\frac{1}{5} \times 7\frac{1}{7}$

6. Νὰ βρεθοῦν τὰ γινόμενα :

$$\alpha') \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 4} = \frac{12}{60} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}.$$

$$\left( \text{Μὲ ἀπλοποίηση : } \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 4} = \frac{2 \times 2}{5 \times 4} = \frac{2 \times 1}{5 \times 2} = \frac{1}{5} \right).$$

$$\beta') \frac{3}{5} \times \frac{4}{6} \times \frac{5}{7}, \quad \frac{6}{10} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{6} \times \frac{7}{8}.$$

$$\gamma') 5 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}, \quad 2\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} \times 4\frac{1}{5}, \quad 6\frac{1}{4} \times 5\frac{1}{2} \times 8\frac{2}{3}.$$

## 18. Σύνδετα προβλήματα καὶ τῶν τριῶν πράξεων

1. Ἀγόρασα  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες βουτύρου πρὸς 36800 δραχμὲς τὴν ὀκά. Τὶ ὑπόλοιπο θὰ πάρω ἀπὸ 50000 δραχμὲς ;

2. Βοσκὸς παρήγαγε 275 ὀκάδες τυρὶ καὶ ἐπώλησε  $190\frac{1}{2}$  ὀκάδες πρὸς 18600 δραχμὲς τὴν ὀκά. Τὶ εἰσέπραξε ἀπὸ τὸ τυρὶ καὶ πόσες ὀκάδες τοῦ ἔμειναν ;

3. Ἡ κυρία Ἐλένη θέλει νὰ κάμῃ ἐνδυμασίες γιὰ τὰ τρία

αγόρια της. Για κάθε αγόρι έλογάριασε ότι χρειάζονται  $4\frac{1}{8}$  πήχεις. Έκεινη όμως είχε αγοράσει  $15\frac{1}{4}$  πήχεις. Θα μείνει ύφασμα και πόσο ;

4. Κτηματίας έχει να σκάψη τ' άμπέλι του έκτάσεως  $52\frac{1}{5}$  στρεμμάτων. Την α' εβδομάδα έσκαψε  $18\frac{1}{4}$  στρέμματα και την β'  $21\frac{1}{3}$ . Πόσα στρέμματα μένουν να σκάψη την γ' εβδομάδα:

5. Αυτόκινητο έχει να διανύση απόσταση 960 χιλιομέτρων σε τέσσερες ημέρες. Την α' ημέρα διήνυσε  $207\frac{1}{2}$  χιλιόμετρα, την β'  $252\frac{3}{5}$  και την γ'  $267\frac{2}{10}$  χιλ. Τι απόσταση μένει να διανύση την τετάρτη ημέρα ;

6. Έπιπλοποιός είργασθη 6 ημέρες με ήμερομίσθιο  $3\frac{2}{8}$  όκ. λάδι την ημέρα και άλλες 8 ημέρες από  $2\frac{1}{5}$  όκάδες λάδι την ημέρα. Έναντι της εργασίας του έχει πάρει  $15\frac{1}{2}$  όκάδες λάδι. Πόσες όκ. έχει να πάρη ακόμη ;

7. Ίδιοκτήτης ίπποκινήτου έλαιοτριβείου παρήγαγε από το έλαιοτριβείο του 6856  $\frac{1}{8}$  όκάδες λάδι. Από την ποσότητα αυτή έδωσε στο προσωπικό 3176  $\frac{1}{8}$  όκάδες και έπώλησε άλλες  $2157\frac{2}{5}$  όκάδες προς  $7\frac{4}{10}$  χιλιάδραχμα την όκ. Τι ποσό εισέπραξε και πόσες όκάδες λάδι έχει ακόμη ;

8. Καπνοπαραγωγός παρήγαγε δέκα δέματα καπνό σε φύλλα. Από αυτά 6 δέματα έχουν βάρος από  $21\frac{3}{4}$  όκάδες το καθένα και τα υπόλοιπα από  $23\frac{1}{5}$  όκάδες. Ο καπνός αυτός έπωλήθη προς  $24\frac{1}{5}$  χιλιάδραχμα την όκ. Τι ποσό εισεπράχθη;

## 19. ΔΙΑΙΡΕΣΗ

### Α'. Διαιρέτης άκεραιος

#### α'. Με διαιρετέο κλάσμα

**Παράδειγμα Α' :** "Έχομε νά μοιράσωμε 11 πορτοκάλια σε 4 παιδιά. Πόσα πορτοκάλια θά πάρη τó κάθε παιδί ;

$$\text{Λύση : } 11 : 4 = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}.$$

"Ωστε τó κάθε παιδί θά πάρη  $2 \frac{3}{4}$  πορτοκάλια.

**Σημ.** Τó πηλικο δύο άριθμōν ήμπορομε νά παραστήσωμε ώς κλάσμα. Τó διαιρετέο βάζομε άριθμητή και τó διαιρέτη παρονομαστή του κλάσματος

**Παράδειγμα Β' .** "Έχομε νά μοιράσωμε και  $\frac{4}{5}$  του μέτρου κορδέλα σε 2 μαθήτριες νά τή βάλουν σ' ένα κέντημά τους. Πόση κορδέλα θά πάρη ή κάθε μία ;

**Λύση :** 'Εδω έχομε νά διαιρέσωμε κλάσμα δι' άκεραίου. Θά διαιρέσωμε τόν άριθμητή του κλάσματος διá του άκεραίου ή θά πολλαπλασιάσωμε τόν παρονομαστή επί τόν άκεραίο και θά εύρωμε τó ίδιο έξαγόμενο. "Ητοι:

$$\frac{4}{5} : 2 = \frac{4 : 2}{5} = \frac{2}{5} \text{ ή } \frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{5 \times 2} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

"Ωστε : ή κάθε μαθήτρια θά πάρη άπό  $\frac{2}{5}$  του μέτρου.

"Όταν έχομε νά διαιρέσωμε κλάσμα δι' άκεραίου, διαιρούμε τόν άριθμητή διá του άκεραίου άν διαιρηται άκριβώς ή πολλαπλασιάζομε τόν παρονομαστή επί τόν άκεραίο.

#### Π ρ ο β λ ή μ α τ α :

1. 'Ο Κωστάκης με  $\frac{9}{10}$  του χιλιοδράχμου άγόρασε άπό τó περίπτερο 3 πέννες. Πόσο του έλογάριασαν τήν πέννα ;

2. 'Ο ίδιος με  $\frac{3}{4}$  του χιλιοδράχμου άγόρασε και 5 χαρτοφάκελα. Πόσο στοιχίζει τó χαρτοφάκελο ;

3. 'Η άδελφή τής 'Ελένης ύφαινει  $\frac{6}{8}$  του πήχεως ύφασμα σε 2 ώρες. Πόσο ύφασμα ύφαινει τήν ώρα ;

4. "Όταν με  $\frac{3}{10}$  τής λίρας άγοράζω 3 πήχεις άπό ένα ύφασμα. Πόσο τιμάται ó πήχης ;

5. 'Επήραμε από καφεκοπτείο  $\frac{10}{16}$  τῆς ὁκάς καφέ τοῦ δελτίου διὰ 5 ἄτομα. Πόσο καφέ δίνουν στὸ ἄτομο ;

6. Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις :

$$\alpha') 6 : 4, 4 : 5, 7 : 8, 8 : 12, 13 : 20,$$

$$\beta') \frac{8}{9} : 4, \frac{15}{20} : 3, \frac{18}{19} : 6, \frac{30}{40} : 10, \frac{36}{42} : 12,$$

$$\gamma') \frac{4}{7} : 3, \frac{8}{9} : 5, \frac{9}{12} : 4, \frac{2}{5} : 3, \frac{12}{15} : 8.$$

### β'. Μὲ διαιρητέο μικτὸ

**Παράδειγμα :** 'Εδώσαμε στὸ χαρτοπωλεῖο  $20 \frac{8}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου γιὰ 4 ἀναγνωστικά. Πόσο στοιχίζει τὸ ἕνα ἀναγνωστικό ;

**Λύση :** 'Εδῶ ἔχομε νὰ διαιρέσωμε μικτὸ δι' ἀκεραίου. Τρέπομε τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ διαιροῦμε κλάσμα δι' ἀκεραίου.

$$20 \frac{8}{10} : 4 = \frac{208}{10} : 4 = ;$$

“Ὅστε : “Ὅταν ἔχομε νὰ διαιρέσωμε μικτὸ δι' ἀκεραίου, τρέπομε τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ διαιροῦμε κλάσμα δι' ἀκεραίου.

### Προβλήματα :

1. Στὸ ἴδιο χαρτοπωλεῖο ἐδώσαμε καὶ  $4 \frac{4}{5}$  χιλιοδραχμα γιὰ 12 εἰκοσάφυλλα τετράδια. Πόσο στοιχίζει τὸ τετράδιο ;

2. Σ' ἕνα ραφεῖο διετέθησαν  $82 \frac{1}{2}$  πήχες μαλλίνου ὑφάσματος νὰ γίνουν 20 ἔνδυμασιές ἀνδρικές. Πόσο ὕφασμα ἀναλογεῖ σὲ κάθε ἔνδυμασία ;

3. Τὸ φιλόπτωχο ταμεῖο τῆς ἐνορίας διέθεσε κατὰ τὰς ἐορτὰς τῶν Χριστουγέννων  $264 \frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα σὲ 35 ἄπορες οἰκογένειες. Τί ποσὸ θὰ πάρη κάθε οἰκογένεια ;

4. Φορητὸ αὐτοκίνητο μετέφερε  $60809 \frac{1}{2}$  ὁκάδες σιτάρι σὲ 19 δρομολόγια. Πόσες ὁκάδες σιτάρι, μετέφερε σὲ κάθε δρομολόγιο ;

5. Τὸ ἴδιο αὐτοκίνητο γιὰ νὰ φθάσῃ ἀπὸ μίαν πόλιν σ' ἄλλη πού ἀπέχουν  $730 \frac{2}{3}$  χιλιόμετρα, ἔκαμε 16 ὥρες. Πόσα χιλιόμετρα ἔτρεχε τὴν ὥρα ;



6. Ὁ μηνιαῖος μισθὸς ἑνὸς ὑπαλλήλου εἶναι  $1156 \frac{1}{2}$  χιλιοδραχμα. Πόσο τοῦ ἔρχεται τὴν ἡμέρα ;

7. Τὸ σχολεῖο μας πρόκειται νὰ προμηθευθῇ ραδιόφωνο ἀξίας  $1850 \frac{2}{5}$  χιλιοδράχμων καὶ θὰ τὸ ἐξοφλήσῃ σὲ 5 Ἴσες δόσεις. Πόσο θὰ πληρώνῃ σὲ κάθε δόση ;

8. Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις :

$$3 \frac{3}{5} : 6, \quad 7 \frac{1}{2} : 3, \quad 12 \frac{2}{10} : 8, \quad 45 \frac{3}{9} : 4, \quad 180 \frac{5}{8} : 12.$$

## Β'. Διαιρέτης κλάσμα ἢ μικτὸς

### α') Μὲ διαιρετέο ἀκέραιο

**Παράδειγμα Α'.** (Μερισμοῦ) : Μὲ 18000 δραχμὲς ἀγόρασα  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες κρέας. Πόσες δραχμὲς ἔχει ἡ ὀκά ;

**Λύση :** Ἀφοῦ τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχουν 18000 δραχμὲς, γιὰ νὰ εὐρώμε τὴν τιμὴ τῆς ὀκάς εὐρίσκομε τὸ τρίτο τοῦ 18000 κι αὐτὸ ποῦ θὰ εὐρώμε τὸ παίρνομε 4 φορές. Ἦτοι :

Τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχουν 18000 δραχ.

τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχει 3 φορές ὀλι-

γώτερο, ἦτοι

$$\frac{18000}{3} \text{ δραχ.}$$

καὶ τὰ  $\frac{4}{4}$  (1 ὀκά) ἔχουν 4 φορές πε-

ρισσότερο, ἦτοι

$$\frac{18000 \times 4}{3} = ;$$

**Σημ.** 1. Ὁ τρόπος αὐτὸς λέγεται, ἀναγωγή στὴν μονάδα.

Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύνεται, πιὸ εὐκόλα μὲ διαίρεση, γιὰτι μᾶς δίδεται ἡ τιμὴ πολλῶν κλασματικῶν μονάδων  $\left(\frac{3}{4}\right)$  καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ μιᾶς ἀκεραίας μονάδας. Θὰ ἀντιστρέψωμε τοὺς ὄρους τοῦ κλασματικοῦ διαιρέτου καὶ ἀντὶ διαιρέσεως θὰ κάνωμε πολλαπλασιασμό.

$$\text{Ἦτοι ἔχομε : } 18.000 : \frac{3}{4} = 18.000 \times \frac{4}{3} = ;$$

**Σημ.** 2. Στὰ προβλήματα μερισμοῦ, διαιρετέο βάζωμε πάντοτε τὸ ποσό ποῦ ἀπὸ τὸ εἶδος του θέλωμε νὰ εὐρώμε ὅ,τι ζητεῖ τὸ πρό-



βλημα. Στο παραπάνω π. χ. πρόβλημα, διαιρετέο έβάλαμε τὸ ποσὸ τῶν δραχμῶν γιατί δραχμὲς μᾶς ζητεῖ τὸ πρόβλημα.

**Παράδειγμα Β' :** (Μετρήσεως). "Όταν τὸ ἓνα μολύβι ἔχει  $\frac{8}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου, πόσα ὁμοια μολύβια θὰ μοῦ δώσουν μὲ 16 χιλιόδραχμα ;

**Λύση :** Θὰ μοῦ δώσουν τόσα μολύβια, ὅσες φορές χωρεῖ τὸ  $\frac{8}{10}$  στὸ 16.

$$\text{"Ἦτοι ἔχομε : } 16 : \frac{8}{10} = 16 \times \frac{10}{8} = ;$$

**Σημ.** Στὰ προβλήματα μετρήσεως, διαιρετέο βάζομε πάντοτε τὸ μεγαλύτερο ποσὸ.

**Παράδειγμα Γ' :** 'Αγόρασα  $1\frac{3}{4}$  πήχεις χασὲ κι ἐπλήρωσα 8.000 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς ἔχει ὁ πήχυς ;

**Λύση :** 'Εδῶ ἔχω νὰ διαιρέσω ἀκέραιο διὰ μικτοῦ. Τρέπω τὸ μικτὸ σὲ κλάσμα καὶ διαιρῶ ἀκέραιο διὰ κλάσματος.

$$\text{"Ἦτοι : } 8.000 : 1\frac{3}{4} = 8.000 : \frac{7}{4} = ;$$

"Όστε : "Όταν ἔχωμε νὰ διαιρέσωμε ἀκέραιο διὰ κλάσματος, ἀντιστρέφομε τοὺς ὄρους τοῦ κλασματικοῦ διαιρέτου καὶ ἀντὶ διαιρέσεως κάνομε πολλαπλασιασμό.

**Σημ.** "Αν ὁ διαιρέτης εἶναι μικτός, τὸν τρέπομε σὲ κλάσμα καὶ διαιροῦμε ἀκέραιο διὰ κλάσματος.

### **Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :**

1. Για  $\frac{2}{5}$  ὀκ. ζάχαρη τοῦ δελτίου ἐπλήρωσα 2.560 δραχμὲς. Πόσες δραχμὲς ἐλογάριασαν τὴν ὀκᾶ ;

2. Μὲ 12250 δραχμὲς ἤ κ. Τασία ἀγόρασε  $\frac{10}{8}$  πήχεις βαμβακεροῦ ὑφάσματος. Πόσες δραχμὲς ἔχει ὁ πήχυς ;

3. Τὰ  $\frac{3}{4}$  τῶν μαθητῶν ἑνὸς σχολείου εἶναι 246 μαθηταί. Πόσοι εἶναι ὅλοι οἱ μαθηταί τοῦ σχολείου ;

4. Τὰ  $\frac{5}{16}$  ἑνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 375. Ποῖος εἶναι ὁλόκληρος ὁ ἀριθμός ;

5. 'Επώλησα τὰ  $\frac{3}{7}$  τοῦ οἰκοπέδου μου καὶ ἐπῆρα 8.100.000 δραχ. Πόσες δραχμὲς ἔχει ὁλόκληρο τὸ οἰκόπεδο ;

6. Όταν τὸ λεμόνι ἔχει  $\frac{3}{10}$  τοῦ χιλιοδράχμου, πόσα λεμόνια ἢ μπορῶ ν' ἀγοράσω μὲ 24 χιλιόδραχμα ;

7. Ἡ Ἐπιτροπὴ Μαθητικῶν συσσιτίων παρέλαβε 28 ὁκάδες ζάχαρη νὰ διανείμη ἀπὸ  $\frac{1}{8}$  τῆς ὁκάς σὲ κάθε μαθητῆ. Πόσοι εἶναι οἱ μαθηταὶ τοῦ σχολείου ;

8. Λόχος στρατοῦ παρέλαβε 165 ὁκάδες ψωμί καὶ ἀναλογοῦν σὲ κάθε ἄνδρα  $\frac{3}{4}$  τῆς ὁκάς. Πόσοι εἶναι οἱ στρατιῶτες τοῦ λόχου ;

9. Ἡ πατρίδα μας παράγει κατ' ἔτος 42000 τόννους καπνοῦ. Ἡ ποσότης αὐτὴ ἀναλογεῖ μὲ τὸ  $\frac{1}{56}$  τῆς παγκοσμίου παραγωγῆς. Πόση εἶναι ἡ παγκόσμιος παραγωγὴ καπνοῦ ;

10. Τὸ μῆκος τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν ἀτμοκινήτων σιδηροδρόμων Η.Π.Α. εἶναι 425000 χιλιόμετρα καὶ ἀναλογοῦν μὲ τὰ  $\frac{40}{100}$  τοῦ παγκοσμίου σιδ. δικτύου. Πόσο εἶναι τὸ μῆκος τοῦ παγκοσμίου σιδ. δικτύου ;

11. Ἡ λάμπα μου καίει 135 δράμια πετρελαίου σὲ  $5\frac{2}{5}$  ὥρες. Πόσο πετρέλαιο καίει τὴν ὥρα ;

12. Ἐργάτης ἀπὸ ἐργασία του  $7\frac{1}{3}$  ἡμερῶν ἔλαβε 264.000 δραχμῆς. Μὲ ποῖο ἡμερομίσθιο εἰργάσθη ;

13. Τὸ χιλιόγραμμα (κιλὸ) εἶναι  $\frac{78}{100}$  τῆς ὁκάς. Πόσα χιλιόγραμμα εἶναι οἱ 117 ὁκάδες λίπασμα ; Καὶ πόσα οἱ 312 ὁκάδες.

14. Κατάστημα ὑποκαμίσων ἀγόρασε 54 πήχεις ἀπὸ τὸ ἴδιο ὕφασμα γιὰ ὑποκάμισα. Πόσα ὑποκάμισα θὰ γίνουν, ἂν γιὰ καθένα χρειάζονται  $4\frac{1}{2}$  πήχεις ;

15. Ἡ αὐτοκινήταμαξα Ἀθηνῶν—Πύργου ἀνεχώρησε μὲ μέση ταχύτητα  $40\frac{1}{10}$  χιλιόμετρων τὴν ὥρα. Ἡ ἀπόσταση μεταξὺ τῶν δύο πόλεων εἶναι 321 χιλιόμετρα. Μετὰ πόσες ὥρες θὰ φθάσῃ ;

16. Παντοπώλης παρέλαβε νὰ διανείμη  $170\frac{1}{2}$  ὁκάδες ζυμαρικά καὶ ἐπλήρωσε γιὰ τὴν ἀγορά τους 750200 δραχμῆς. Πόσες δραχμῆς ἔρχεται ἡ ὁκά ;

17. Ὁ ἴδιος παρέλαβε καὶ 900 ὀκάδες φασόλια νὰ τὰ διανεῖμη ἀπὸ  $1\frac{1}{4}$  ὀκάδες τὸ ἄτομο. Γιὰ πόσα ἄτομα παρέλαβε ;

18. Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις :

α')  $1 : \frac{1}{2}$ ,  $8 : \frac{4}{5}$ ,  $25 : \frac{5}{6}$ ,  $65 : \frac{13}{20}$

β')  $16 : 5\frac{1}{3}$ ,  $18 : 2\frac{4}{7}$ ,  $196 : 7\frac{2}{8}$ ,  $2400 : 7\frac{3}{5}$ .

### β') Μὲ διαιρετέο κλάσμα

**Παράδειγμα :** Γιὰ ν' ἀγοράσω  $\frac{6}{8}$  τοῦ πήχους ἀπὸ ἓνα ὕφασμα, ἔδωσα  $\frac{1}{4}$  τῆς λίρας. Τί μέρος τῆς λίρας ἔχει ὁ πήχυς ;

**Λύση :** Τὰ  $\frac{6}{8}$  πηχ. ἔχουν  $\frac{1}{4}$  λιρ.

τὸ  $\frac{1}{8}$  πηχ. ἔχει 6 φορές ὀλιγώτερον, ἦτοι:  $\frac{1}{4 \times 6}$  λιρ.

καὶ τὰ  $\frac{8}{8}$  (1 π.) ἔχουν 8 φορές περισσότερο, ἦτοι:  $\frac{1 \times 8}{4 \times 6} =$  ;

Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύνεται εὐκολώτερα μὲ τὴν διαίρεση, ὁπότε ἔχομε:  $\frac{1}{4} : \frac{6}{8} = \frac{1}{4} \times \frac{8}{6} =$  ;

Ὡστε: "Ὅταν ἔχωμε νὰ διαιρέσωμε κλάσμα διὰ κλάσμα-τος, ἀντιστρέφουμε τοὺς ὄρους τοῦ κλασματικοῦ διαιρέτη καὶ ἀντὶ διαιρέσεως κάνομε πολλαπλασιασμό.

### Π ρ ὀ β λ ῆ μ α τ α :

1. Ταχυδρόμος γιὰ νὰ διανύσῃ τὰ  $\frac{2}{15}$  τοῦ δρομολογίου του κάνει  $\frac{4}{6}$  τῆς ὥρας. Πόσες ὥρες εἶναι ὀλόκληρο τὸ δρομολόγιο ;

2. Ἐργάτης τελειώνει τὰ  $\frac{2}{7}$  μιᾶς ἐργασίας σὲ  $\frac{3}{4}$  ὥρας. Πόσες ὥρες κάνει γιὰ ὅλη τὴν ἐργασία ;

3. Ποδηλάτης διανύει σὲ  $\frac{5}{12}$  τῆς ὥρας τὰ  $\frac{2}{3}$  τοῦ δρομολογίου του. Πόσο διάστημα θὰ διανύσῃ σὲ μιὰ ὥρα ;

4. Ἀγόρασα  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες κρέατος καὶ πλήρωσα  $\frac{8}{10}$  τοῦ δολ-  
λαρίου. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά ;

5. Ἡ βρύση τοῦ σχολείου μας σὲ  $\frac{2}{3}$  ὥρες γεμίζει τὸ  $\frac{1}{3}$  τῆς δεξαμενῆς. Σὲ πόσο χρόνο γεμίζει ὀλόκληρο τὴν δεξαμενὴ ;

6. Ἡ Σοφία εἰργάσθη  $\frac{4}{5}$  τῆς ὥρας καὶ ὕφανε ὕφασμα  $\frac{7}{8}$  τοῦ πήχεως. Πόσο ὕφασμα ὑφαίνει τὴν ὥρα ;

7. Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις :

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{5}, \quad \frac{4}{8} : \frac{2}{3}, \quad \frac{8}{6} : \frac{8}{6}, \quad \frac{16}{18} : \frac{2}{9}, \quad \frac{24}{15} : \frac{12}{15}$$

### γ') Μὲ διαιρετέο μικτὸ

**Παράδειγμα Α'.** (Μερισμοῦ) : Ἀγόρασα  $2\frac{1}{2}$  ὀκάδες ζυμαρικά κι ἐπλήρωσα  $14\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα. Πόσα χιλιόδραχμα ἔχει ἡ ὀκά ;

**Λύση :** Ἐδῶ ἔχομε νὰ διαιρέσωμε μικτὸ διὰ μικτοῦ. Διαιρετέο θὰ βάλωμε τὰ  $14\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα γιατί χιλιόδραχμα ζητοῦμε νὰ εὔρωμε. Ἦτοι :

$$14\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$$
$$\frac{29}{2} : \frac{5}{2} = ;$$

**Παράδειγμα Β'.** (Μετρήσεως) : Ἄν τὸ σιτάρι ἔχη  $2\frac{1}{10}$  χιλιόδραχμα ἡ ὀκά, πόσες ὀκάδες ἀγοράζω μὲ  $157\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα ;

**Λύση :** Τὸ πρόβλημα εἶναι μετρήσεως καὶ ἐπομένως διαιρετέο θὰ βάλωμε τὸ μεγαλύτερο ποσό. Ἦτοι :

$$157\frac{1}{2} : 2\frac{1}{10}$$
$$\frac{315}{2} : \frac{21}{10} = ;$$

Ὡστε : Ὅταν ἔχομε νὰ διαιρέσωμε μικτοὺς ἀριθμοὺς, τοὺς τρέπομε σὲ κλάσματα καὶ διαιροῦμε κλάσμα διὰ κλάσματος.

### Προβλήματα :

1. Ἀγόρασα  $8\frac{1}{8}$  ὀκάδες μήλα καὶ ἐπλήρωσα  $32\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά ;

2. Θέλω νὰ ἀγοράσω  $4\frac{1}{2}$  πήχεις ὕφασμα γιὰ ἐνδυμασία καὶ μοῦ ζητοῦν  $382\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα. Πόσο λογαριάζουν τὸν πήχyu ;

3. Ἡ κ. Ἐλένη ἀγόρασε  $\frac{6}{8}$  τοῦ πήχεως χασέ καὶ ἐπλήρωσε  $4\frac{1}{2}$  χιλιόδραχμα. Πόσο ἔρχεται ὁ πήχυς ;

4. Ἡ ἴδια γιὰ νὰ κεντήσῃ τὰ  $\frac{6}{7}$  τοῦ κεντήματός της ἔκαμε  $6\frac{1}{4}$  ὥρες. Σὲ πόσες ὥρες κεντᾷ ὅλο τὸ κέντημα ;

5. Γιὰ νὰ γίνῃ ἓνα μαντήλι χρειάζονται  $\frac{3}{8}$  τοῦ πήχεως ἀπὸ εἰδικὸ ὕφασμα. Πόσα μαντήλια τοῦ αὐτοῦ μεγέθους γίνονται μὲ  $6\frac{3}{8}$  πήχεις ;

6. Σὲ μιὰ οἰκοδομὴ ἐκτίσθησαν  $71\frac{1}{2}$  κυβ. μέτρα τοίχος, σὲ  $5\frac{1}{2}$  ἡμέρες. Πόσα κυβικὰ μέτρα ἐκτίζονταν τὴν ἡμέρα :

7. Τὸ Ἀτμόπλοιο «Ἄνδρος» κάνει τὰ  $\frac{4}{5}$  τοῦ δρομολογίου του σὲ  $8\frac{1}{4}$  ὥρες. Σὲ πόσες ὥρες κάνει ὀλόκληρο τὸ δρομολόγιο ;

8. Ἐργάτης ἐλαιοτριβείου ἐργάζεται μὲ ἡμερομίσθιο  $2\frac{1}{4}$  ὀκάδες λάδι. Ὅλο τὸ λάδι ποῦ ἔλαβε εἶναι  $85\frac{1}{2}$  ὀκάδες. Πόσες ἡμέρες εἰργάσθη ;

9. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ δαπέδου μιᾶς αἰθούσης ἐνὸς σχολείου εἶναι  $49\frac{1}{2}$  τ. μ. καὶ τὸ μήκος τῆς μιᾶς πλευρᾶς  $8\frac{1}{4}$  μέτρα. Πόση εἶναι ἡ ἄλλη πλευρά.

10. Ἄλλη αἰθουσα τοῦ ἰδίου σχολείου ἔχει ὄγκο  $214\frac{7}{10}$  κυβ. μέτρα καὶ ἐμβαδὸν βάσεως  $56\frac{1}{2}$  τ. μ. Πόσο εἶναι τὸ ὕψος τῆς αἰθούσης ;

11. Τὸ ρύζι ἔχει  $9\frac{3}{4}$  χιλιόδραχμα ἡ ὀκά. Πόσες ὀκάδες ἀγοράζομε μὲ  $68\frac{1}{4}$  χιλιόδραχμα ;

12. Μιὰ οἰκογένεια ἔχει  $438\frac{3}{4}$  ὀκάδες ἀλεύρι καὶ ἐξοδεύει  $3\frac{1}{4}$  ὀκάδες τὴν ἡμέρα. Πόσες ἡμέρες θὰ περάσῃ ;

13. Ἡ ἴδια ἔχει καὶ  $68\frac{1}{4}$  ὀκάδες λάδι καὶ κανόνισε νὰ ἐξοδεύῃ  $1\frac{3}{4}$  ὀκάδες τὴν ἐβδομάδα. Πόσες ἐβδομάδες θὰ περάσῃ ;

14. Ἡ σιδηροδρομικὴ γραμμὴ ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ ὡς τὴν

Ἄλεξανδρούπολη εἶναι  $960 \frac{1}{4}$  χιλιόμετρα. Ἡ αὐτοκινητάμαξα ποὺ ἀναχωρεῖ ἀπὸ τὸν Πειραιᾶ μὲ μέση ταχύτητα  $45 \frac{1}{2}$  χιλιόμετρα περίπου τὴν ὥρα, ἔπειτα ἀπὸ πόσες ὥρες θὰ φθάσῃ στὴν Ἄλεξανδρούπολη ;

15. Γεωργὸς ἔχει νὰ μεταφέρῃ ἀπὸ τὸ κτῆμα τοῦ  $1378 \frac{6}{10}$  ὀκάδες σιτάρι. Ἐὰν σὲ κάθε δρόμο μεταφέρῃ μὲ τὸ ζῶο τοῦ  $86 \frac{1}{5}$  ὀκάδες, πόσους δρόμους θὰ κάμῃ ;

16. Νὰ γίνουν οἱ διαιρέσεις :

α'.)  $3 \frac{3}{5} : \frac{3}{5}$ ,  $7 \frac{5}{8} : \frac{1}{8}$ ,  $15 \frac{1}{4} : \frac{5}{6}$ ,  $24 \frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ .

β'.)  $12 \frac{4}{8} : 1 \frac{2}{8}$ ,  $52 \frac{1}{2} : 3 \frac{1}{2}$ ,  $125 \frac{2}{6} : 8 \frac{5}{6}$ ,  $460 \frac{4}{5} : 12 \frac{1}{4}$ .

## 20. Λύση προβλημάτων δι' ἀναγωγῆς στὴ μονάδα

**Παράδειγμα Α' :** Ἐὰν ἡ ὀκά τὸ ἀλάτι στοιχίζει 1000 δραχμές, τί θὰ πληρώσωμε γιὰ τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ;

**Λύση :** Τὰ  $\frac{4}{4}$  τῆς ὀκάς (1 ὀκά) = ἔχουν 1000 δραχμές·

τὸ  $\frac{1}{4}$  ὀκ. ἔχει 4 φορές ὀλιγώτερο, ἦτοι  $\frac{1000}{4}$  »

Καὶ τὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχουν 3 φορές

περισσότερο, ἦτοι  $\frac{1000 \times 3}{4} =$  ;

**Σημ.** Τὸ πρόβλημα λύεται καὶ μὲ πολλαπλασιασμὸ γιὰτι δίδεται ἡ τιμὴ μιᾶς ἀκεραίας μονάδας καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ πολλῶν κλασματικῶν μονάδων. Ἦτοι :  $1000 \times \frac{3}{4} =$  ;

**Παράδειγμα Β' :** Ἀγόρασα  $\frac{2}{3}$  τῆς ὀκάς καφέ καὶ ἔδωσα 28000 δραχμές. Πόσες δραχμές μοῦ ἐλογάρισαν τὴν ὀκά.

**Λύση :** Τὰ  $\frac{2}{3}$  ὀκάδες ἔχουν 28000 δρ.

Τὸ  $\frac{1}{3}$  ὀκάδες ἔχει 2 φορές ὀλιγώτερο, ἦτοι  $\frac{28000}{2}$  δρ.

καὶ τὰ  $\frac{3}{3}$  ὀκάδες (1 ὀκ.) ἔχουν 3 φορές πε-

ρισσότερο, ἦτοι :  $\frac{28000 \times 3}{2} =$  ;

**Σημ.** Τὸ πρόβλημα λύνεται καὶ μὲ διαίρεση (μερισμός) γιατί δίδεται ἡ τιμὴ πολλῶν μονάδων καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ τῆς μιᾶς μονάδας.

Ἦτοι :  $28000 : \frac{2}{3} =$ ;

**Παράδειγμα Γ' :** Ὁ Πέτρος ἀγόρασε 7 ὀκάδες φασόλια καὶ ἔδωσε 28000 δραχμές. Ἐγὼ θέλω νὰ ἀγοράσω  $5 \frac{1}{2}$  ὀκάδες. Πόσο πρέπει νὰ πληρώσω ;

**Λύση :** Οἱ 7 ὀκάδες ἔχουν 28000 δρ.  
 ἢ 1 ὀκά (ἢ τὰ  $\frac{2}{2}$  τῆς ὀκάς) ἔχει  $\frac{28000}{7}$  »  
 τὸ  $\frac{1}{2}$  τῆς ὀκάς »  $\frac{28000}{7 \times 2}$  »  
 καὶ τὰ  $\frac{11}{2}$  τῆς ὀκάς ( $5 \frac{1}{2}$  ὀκ.) ἔχουν  $\frac{28000 \times 11}{7 \times 2}$  »

**Παράδειγμα Δ' :** Ὁ Κώστας ἀγόρασε  $\frac{3}{5}$  τῆς ὀκάς μέλι καὶ ἔδωσε 9000 δραχμές. Ἐγὼ θέλω ν' ἀγοράσω  $3 \frac{1}{4}$  ὀκάδες. Τί θὰ πληρώσω ;

**Λύση :** Τὰ  $\frac{3}{5}$  τῆς ὀκάς ἔχουν 9000 δρχ.  
 τὸ  $\frac{1}{5}$  τῆς ὀκάς ἔχει  $\frac{9000}{3}$  »  
 τὰ  $\frac{5}{5}$  τῆς ὀκάς ἔχουν  $\frac{9000 \times 5}{3}$  »  
 τὰ  $\frac{4}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχουν  $\frac{9000 \times 5}{3}$  »  
 τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς ἔχει  $\frac{9000 \times 5}{3 \times 4}$  »  
 Καὶ τὰ  $\frac{13}{4}$  τῆς ὀκάς  $3 \frac{1}{4}$   
 ἔχουν . . . . .  $\frac{9000 \times 5 \times 13}{3 \times 4} =$ ;

**Π ρ ο β λ ῆ μ α τ α :**

1. Ὄταν ὁ πήχυς λινοῦ ὑφάσματος ἔχει 6400 δραχμές, τί θὰ πληρώσωμε ἂν ἀγοράσωμε μόνο  $\frac{7}{8}$  τοῦ πήχους ;
2. Ὄταν μιὰ ὀκά νωποῦ βουτύρου ἔχει 36000 δραχμές, πόσο ἔχουν τὰ  $\frac{2}{8}$  τῆς ὀκάς ; Καὶ πόσο τὰ  $\frac{3}{4}$  ;
3. Πόσα δράμια εἶναι τὰ  $\frac{5}{8}$ -τῆς ὀκάς ; Καὶ πόσα τὰ  $\frac{3}{12}$  ;
4. Ἀγόρασα  $\frac{6}{8}$  τοῦ πήχους ἀπὸ ἓνα ὑφασμα καὶ μοῦ ἐκράτησαν 27000 δραχμές. Πόσες δραχμές ἔχει ὁ πήχυς ;



5. Τὰ  $\frac{2}{7}$  μιᾶς σταφιδαμπέλου εἶναι 6 στρέμματα. Πόσα στρέμματα εἶναι ὅλη ἡ σταφιδάμπελος ;

6. Γιὰ ν' ἀντιγράψω τὰ  $\frac{5}{9}$  ἐνὸς βιβλίου ἔκαμα 25 ὥρες. Πόσες ὥρες θὰ κάμω ν' ἀντιγράψω ὅλοκληρο τὸ βιβλίο ;

7. Ἐργάτης ἐπῆρε γιὰ 3 ἡμερομίσθιά του 56700 δραχμές. Πόσο θὰ ἔπαιρνε ἂν τὰ ἡμερομίσθια ἦσαν  $5\frac{1}{2}$  ;

8. Ἀτμόπλοιο διανύει 105 μίλια σὲ 7 ὥρες. Γιὰ νὰ διανύσῃ ὅλο τὸ δρομολόγιο κάνει  $12\frac{1}{2}$  ὥρες. Πόσα μίλια εἶναι ἡ ἀπόσταση ;

9. Αὐτοκίνητο κάνει τὰ  $\frac{2}{7}$  τοῦ δρομολογίου του σὲ 6 ὥρες. Πόσες ὥρες πρέπει νὰ κάμῃ γιὰ νὰ διανύσῃ τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ δρομολογίου ;

10. Οἱ 4  $\frac{1}{3}$  πήχεις ὕφασμα γιὰ σεντόνια ἔχουν 39.000 δρχ. Ἐγὼ χρειάζομαι ν' ἀγοράσω 3  $\frac{2}{8}$  πήχεις. Τί θὰ πληρώσω ;

11. Ἀπὸ τοὺς 54 μαθητὰς τῆς τάξεώς μας, τὰ  $\frac{5}{6}$  αὐτῶν ἔλυσαν τὸ πρόβλημα. Πόσοι μαθηταὶ τὸ ἔλυσαν ;

12. Ὁ Τάκης εἶχεν 65000 δραχμές καὶ ἔδωσε ν' ἀγοράσῃ βιβλία τὰ  $\frac{7}{13}$  τοῦ ποσοῦ αὐτοῦ. Πόσες δραχμές ἔδωσε ;

13. Ἐργάτης ἔλαβεν ἀπὸ ἐργασία του 320000 δραχμές. Ἀπὸ τὸ ποσὸ αὐτὸ ἔδωσε τὸ  $\frac{1}{5}$  γιὰ μιὰ ἐργατικὴ ἐνδυμασία καὶ τὰ  $\frac{2}{8}$  γιὰ ἐνοίκιο. Πόσες δραχμές τοῦ ἔμειναν ;

14. Τίνος ἀριθμοῦ τὰ  $\frac{2}{5}$  εἶναι 36 ; Καὶ τίνος τὰ  $\frac{3}{4}$  εἶνε 93 ;

15. Τὰ  $\frac{5}{7}$  ἐνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 95. Ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;

16. Τὰ  $\frac{3}{5}$  ἐνὸς ἀριθμοῦ εἶναι 45. Πόσο εἶναι τὰ  $\frac{3}{4}$  αὐτοῦ ;

17. Καὶ τὰ  $\frac{5}{12}$  ἄλλου ἀριθμοῦ εἶναι 3000. Πόσο εἶναι τὰ  $\frac{3}{8}$  ;

18. Τὰ  $\frac{3}{7}$  καὶ τὰ  $\frac{5}{8}$  ἐνὸς ἀριθμοῦ ἔχουν ἄθροισμα 708.

Ποῖος εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτός ;



## 21. Τροπή κοινῶν κλασμάτων σὲ δεκαδικούς καὶ τανάπαλιν

**Παράδειγμα 1.** Θέλω νὰ μοιράσω 4 μέτρα κορδέλα σὲ 5 μαθήτριες. Τί θὰ πάρη ἡ καθεμιὰ ;

Νὰ γραφῆ τὸ μερίδιο καθεμιᾶς σὲ κλάσμα.

“Ἄν τὰ 4 μέτρα γίνουν δέκατα (παλάμες), πόσα δέκατα θὰ πάρη κάθε μαθήτρια ;

“Ὅστε μὲ ποιὸν ἀριθμὸν ἰσοῦνται τὰ  $\frac{4}{5}$  τῆς δραχμῆς ;

2. Νὰ τρέψετε τὸ  $\frac{1}{2}$  τοῦ μέτρου σὲ δεκαδικό.

**Λύση :** Διαιρῶ τὸν ἀριθμητὴ διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, ἤτοι :

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 00 \end{array} \quad 0,50$$

“Ὅστε  $\frac{1}{2}$  τοῦ μέτρου = 0,50 μ.

3. Νὰ τρέψετε σὲ δεκαδικό τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ μέτρου. Καὶ τὰ  $7\frac{4}{5}$  τοῦ μέτρου.

4. Νὰ γίνουν δεκαδικὰ (ὡς τὰ χιλιοστὰ) τὰ παρακάτω κοινὰ κλάσματα :

$$\alpha') \frac{1}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{6}{18} \quad \frac{17}{32}$$

$$\beta') 2\frac{3}{4} \quad 7\frac{3}{5} \quad 8\frac{1}{2} \quad 6\frac{2}{5} \quad 12\frac{2}{7} \quad 15\frac{5}{8} \quad 24\frac{1}{6}$$

5. Νὰ γίνουν δεκαδικοὶ ἀριθμοί, τὰ παρακάτω δεκαδικὰ κλάσματα :

$$\alpha') \frac{4}{10} = 0,4 \quad \frac{7}{10} \quad \frac{5}{100} \quad \frac{32}{1000} \quad \beta') 8\frac{5}{10} = 8,5 \quad 15\frac{75}{100} \quad 37\frac{238}{1000}$$

6. Μὲ ποιὸ κλάσμα γράφομε τὸ δεκαδικὸ 0,8 τῆς δραχμῆς ;

7. Μὲ ποιὸ κλάσμα γράφομε καὶ τὸ δεκαδικὸ 5,20 τοῦ μέτρου ;

8. Νὰ γίνουν κλάσματα οἱ δεκαδικοί :

$$\alpha') 0,2 \quad 0,6 \quad 3,2 \quad 5,7 \quad 9,5 \quad 12,4 \quad 32,7$$

$$\beta') 0,02 \quad 0,06 \quad 2,05 \quad 6,40 \quad 8,75 \quad 19,98 \quad 16,80$$

$$\gamma') 0,002 \quad 0,015 \quad 0,324 \quad 8,250 \quad 7,522 \quad 17,580 \quad 14,975$$

## 22. Πράξεις μὲ κλάσματα καὶ δεκαδικούς

**Παράδειγμα :** Ἡ Σοφία ἐπλεξε τὴν πρώτη ἑβδομάδα 2,50 μέτρα δαντέλλα, τὴν δεύτερη ἑβδομάδα  $3\frac{1}{4}$  μ. καὶ τὴν τρίτη  $\frac{4}{5}$

του μέτρου. Πόση δαντέλλα έπλεξε και τις τρεις εβδομάδες ;

**Λύση :** Τα κάνομε όλα δεκαδικούς ή όλα κλάσματα και κατόπιν προσθέτομε.

$$\text{"Ητοι: } 2,50 + 3,25 + 0,80 = ;$$

$$\text{ή } \frac{250}{100} + \frac{325}{100} + \frac{80}{100} = :$$

### **Π ρ ο β λ ή μ α τ α :**

1. Άγόρασα 52,25 μέτρα άγκαθωτό σύρμα να περιφράξω τον κήπο μου και κατόπιν άλλα  $187\frac{1}{2}$  μέτρα. Πόσα μέτρα άγόρασα έν όλω ;

2. Οίνοπώλης άνέμιξε  $136\frac{3}{4}$  όκάδες κρασί α' ποιότητας με 525,75 όκάδες κρασί β' ποιότητας. Πόσες όκάδες είναι τό μείγμα ;

3. Να γίνουν οί προσθέσεις :

$$4,55 + 8\frac{1}{4}, 6,20 + 0,35 + 47\frac{3}{4}.$$

4. Άγόρασα 24,50 μέτρα σχοινί κι έκοψα άπ' αυτό  $6\frac{3}{4}$  μέτρα να δέσω τ' άλόγο μου. Πόσα μέτρα μου έμειναν ;

5. Έχω  $427\frac{7}{10}$  χιλιόδραγμα και έδωσα ν' αγοράσω ύποδήματα 87,50 χιλιόδραγμα και για φάρμακα άλλα 18,40 χιλιόδραγμα. Πόσα μου έμειναν ;

6. Να γίνουν οί άφαιρέσεις :

$$8,05 - 3\frac{1}{2}, 7\frac{2}{8} - 0,785, 63,80 - 42\frac{2}{3}.$$

7. Ό πήχυς ένός ύφάσματος έχει 4850,80 δραχμές. Πόσο έχουν οί  $4\frac{1}{2}$  πήχεις ; Και πόσο οί  $15\frac{3}{4}$  πήχεις άπό τό ίδιο ύφασμα ;

8. Να γίνουν οί πολλαπλασιασμοί :  $7,6 \times 2\frac{1}{4}, 12\frac{2}{3} \times 0,250.$

9. Για ν' αγοράσω  $\frac{4}{5}$  όκάδες σαπούνι έδωσα 5,60 χιλιόδραγμα. Πόσο μου τό λογάριασαν την όκά ;

10. Πόσες όκάδες λάδι αγοράζω με  $152\frac{3}{4}$  χιλιόδραγμα άν ή όκά έχει 11,75 χιλιόδραγμα ;

11. Να γίνουν οί διαιρέσεις :

$$8,25 : \frac{2}{10}, 28\frac{2}{8} : 0,90, 36,75 : 5\frac{1}{3}$$

12. Νά γίνουν καί οί διαιρέσεις :

$$16\frac{1}{5} \div 7,50 : 12,60 \quad 18 \times 9\frac{3}{4} : 7,25.$$

## 22. Προβλήματα κλασμάτων καί συμμιγῶν

α') Πολλαπλασιασμός συμμιγῶς ἐπὶ κλάσμα ἢ μικτό

**Παράδειγμα :** Ὁ πήχυς ἑνὸς ὑφάσματος ἔχει 25 χιλιόδραγμα καί 2 ἑκατοντάδραγμα. Τί θά πληρώσωμε γιὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ πήχους ἀπὸ τὸ ἴδιο ὑφασμα ;

**Λύση :** Θά πολλαπλασιάσω τὸ συμμιγῆ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴ τοῦ κλάσματος καί τὸ γινόμενο θά διαιρέσω διὰ τοῦ παρονομαστοῦ. Ὅπως δηλαδὴ πολλαπλασιάζεται ἀκέραιος ἐπὶ κλάσμα.

$$\begin{array}{r} \text{"Ἦτοι : } 25 \text{ χιλ. } 2 \text{ ἑκ.} \times \frac{3}{4} \\ 25 \text{ χιλ. } 2 \text{ ἑκ.} \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$75 \text{ χιλ. } 6 \text{ ἑκ.}$$

$$35 \text{ » } \frac{1}{2} 30$$

$$3$$

$$36 \text{ ἑκ.}$$

$$\times 10 \quad 0$$

$$30 \text{ ἑκ.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 18 \text{ χιλ. } 9 \text{ ἑκ.} \end{array}$$

Ἡ τρέπω τὸ συμμιγῆ σὲ δεκαδικὸ (ἢ ἀπλό ἀριθμὸ) καί πολλαπλασιάζω ἐπὶ τὸ κλάσμα  $\frac{3}{4}$ .

$$25,2 \times \frac{3}{4} = \frac{75,6}{4} = 18,9$$

Ὅστε γιὰ τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ πήχους θά πληρώσωμε 18 χιλιόδραγμα καί 9 ἑκατοντάδραγμα (18,9 χιλ.).

**Προβλήματα :**

1. Ὅταν μία ὀκτῶ νωποῦ βουτύρου ἔχη 42 χιλιόδραγμα καί 4 ἑκατοντάδραγμα, τί θά πληρώσω γιὰ  $\frac{5}{8}$  τῆς ὀκτῶς ;

2. Ἀγόρασα ἓνα οἰκόπεδο ἀντὶ 256 ἀγγλικῶν λιρῶν καί 10 σελλινίων καί ἔδωσα μόνο τὰ  $\frac{2}{5}$  τῆς ἀξίας του. Τί ποσὸ ἐπλήρωσα ;

3. Ὁ σωλήνας ἑνὸς ὑδραγωγείου ἔχει μῆκος 5 μέτρα, 2

παλάμες και 8 δακτύλους. Τι μήκος έχουν τὰ  $\frac{2}{3}$  του σωλήνος ;

4. Ὅδοιπόρος βαδίζει 5 χιλιόμετρα και 400 μέτρα τὴν ὥρα. Τι ἀπόσταση βαδίζει σὲ  $4\frac{1}{5}$  ὥρες ;

5. Ἐνα μέτρο σιδηροσωλήνος ζυγίζει 3 ὀκάδες και 250 δράμια. Πόσο ζυγίζουν τὰ  $12\frac{1}{5}$  μέτρα ;

6. Ὁ πήχυς μαλλίνου ὑφάσματος ἔχει 5 δολλάρια και 60 σέντς. Τι θὰ πληρώσωμε ἂν ἀγοράσωμε  $4\frac{1}{4}$  πήχεις ἀπὸ τὸ ἴδιο ὑφασμα ;

### β) Διαίρεση συμμιγοῦ διὰ κλάσματος ἢ μικτοῦ ;

7. Γιὰ ν' ἀγοράσω  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς καφέ ἔδωσα 14 χιλιόδραχμα και 5 ἑκατοντάδραχμα. Πόσο ἔχει τὸ  $\frac{1}{4}$  τῆς ὀκάς. Και πόσο ὀλόκληρη ἢ ὀκᾶ  $(\frac{4}{4})$  ;

8. Ὁ σιδηρόδρομος σὲ  $\frac{3}{4}$  ὥρες διήνυσε ἀπόσταση 24 χιλιόμετρων και 120 μέτρων. Πόσα χιλιόμετρα διήνυσε τὴν ὥρα ;

9. Οἱ  $6\frac{1}{2}$  πήχεις μεταξωτοῦ ὑφάσματος ἔχουν 3 λίρες και 15 σελλίνια. Πόσο ἔχει ὁ πήχυς ;

10. Ἐργάτης ἐλαιοτριβείου πῆρε 7 ὀκάδες και 350 δράμια λάδι ἀπὸ ἐργασίαν του  $3\frac{1}{2}$  ἡμερῶν. Πόσο λάδι ἀναλογεῖ τὴν ἡμέρα ;

11. Τὸ λεωφορεῖο διέτρεξε 250 χιλιόμετρα και 450 μέτρα σὲ  $4\frac{3}{4}$  ὥρες. Πόσα χιλιόμετρα διέτρεχε τὴν ὥρα ;

12. Νὰ διαιρεθοῦν 8 ὀκάδες και 250 δράμια α') διὰ  $2\frac{1}{3}$   
β') διὰ  $6\frac{1}{4}$ .

### γ) Πολλαπλασιασμοὶ συμμιγῶν ὁμοειδῶν

13. Ὁ ἕνας πήχυς ὑφάσματος ἔχει 6 χιλιόδραχμα και 4 ἑκατοντάδραχμα. Πόσο ἔχει τὸ ρούπι ; Οἱ 6 πήχεις και 2 ρούπια, πόσα ρούπια εἶναι ; Και πόσο στοιχίζουν ;

14. Ἀγόρασα 8 πήχεις και 2 ρούπια ὑφασμα πρὸς 9 χιλιόδραχμα και 7 ἑκατοντάδραχμα τὸν πήχου. Πόσο θὰ πληρώσω ;

15. Ἀλευρόμυλος ἀλέθει 125 ὀκάδες καὶ 300 δράμια σιτάρι τὴν ὥρα. Πόσο σιτάρι ἀλέθει σὲ 7 ὥρες καὶ 30' ;

16. Ὄταν ὁ σιδηρόδρομος διατρέχη 42 χιλιόμετρα καὶ 500 μέτρα τὴν ὥρα, πόσο διάστημα διατρέχει σὲ 12 ὥρες καὶ 15' ;

17. Ἐξαργυρώσαμε 10 δολλάρια καὶ 5 σέντς πρὸς 12 χιλιόδραχμα καὶ 8 ἑκατοντάδραχμα τὸ δολλάριο. Πόσα χρήματα θὰ λάβωμε ;

18. Ὄδοιπóρος βαδίζει τὴν ὥρα 5 χιλιόμετρα καὶ 600 μέτρα. Πόσο βαδίζει σὲ 3 ὥρες καὶ 20 λεπτά ;

19. Σχηματίσατε καὶ σεῖς τέτοια προβλήματα καὶ νὰ τὰ λύσετε.

### δ') Διαίρεση συμμιγῶν ὁμοειδῶν

20. (Μερισμός). Ἀγόρασα 2 πήχεις καὶ 4 ρούπια ὕφασμα καὶ ἔδωσα 12 χιλιόδραχμα καὶ 6 ἑκατοντάδραχμα. Πόσα ρούπια εἶναι οἱ 2 πήχεις καὶ 4 ρούπια ; Πόσο ἔχει τὸ ρούπι ; Καὶ πόσο τὰ 8 ρούπια (1 πήχυς) ;

21. Ἄν οἱ 3 ὀκάδες καὶ 100 δράμια ἀλεύρι στοιχίζουσι 11 χιλιόδραχμα καὶ 9 ἑκατοντάδραχμα, πόσο ἔχει ἡ ὀκά ;

22. Ἐδωσα 3 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι καὶ ἔλαβα 10 ὀκάδες καὶ 300 δράμια σιτάρι. Μὲ πόσο σιτάρι λογάρισαν τὴν ὀκά τὸ λάδι ;

23. Οἱ 8 ὑάρδες καὶ 1 πόδι ἀγγλικὸ ὕφασμα ἔχουσι 3 λίρες καὶ 15 σελλίνια. Πόσο ἔχει ἡ ὑάρδα ;

24. Αὐτοκίνητο σὲ 5 ὥρες καὶ 30' διέτρεξε 211 χιλιόμετρα καὶ 200 μέτρα. Πόσα χιλιόμετρα διέτρεξε τὴν ὥρα ;

25. Τεχνίτης δι' ἔργασίαν 16 ὥρων καὶ 30' ἔλαβε 151 χιλιόδραχμα καὶ 8 ἑκατοντάδραχμα. Πόσο τοῦ ἔρχεται τὴν ὥρα ;

26. (Μέτρηση). Ἐργάτης παίρνει 2 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι τὴν ἡμέρα. Πόσες ἡμέρες πρέπει νὰ ἐργασθῆ γιὰ νὰ πάρῃ 11 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι ;

27. Ὄταν βαδίζω τὴν ὥρα 4 χιλιόμετρα καὶ 250 μέτρα, πόσες ὥρες θὰ κάμω ἀπὸ μιὰ πόλη σ' ἄλλη πού ἀπέχουσι 29 χιλιόμετρα καὶ 750 μέτρα ;

28. Στὸ σπίτι χρειαζόμεσθε 2 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ψωμί τὴν ἡμέρα. Πόσες ἡμέρες θὰ περᾶσωμε μὲ 24 ὀκάδες καὶ 300 δράμια ψωμί ;

29. Ἡ ὀκά τὸ σαποῦνι ἔχει 5 χιλιάδραχμα καὶ 4 ἑκατοντάδραχμα. Πόσες ὀκάδες σαποῦνι ἀγοράζομε μὲ 43 χιλιάδραχμα καὶ 2 ἑκατοντάδραχμα ;

30. Δοχεῖον πετρελαίου χωρεῖ 14 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι. Πόσα δοχεῖα χρειάζομεθα νὰ τοποθετήσωμε 242 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι ;

31. Ὅταν ἡ μία ὀκά βουτύρου ἀνταλλάσσεται μὲ 3 ὀκάδες καὶ 100 δράμια λάδι, πόσες ὀκάδες βουτύρου ἀνταλλάσσομε μὲ 45 ὀκάδες καὶ 200 δράμια λάδι ;

32. Καραγωγεὺς διδὲι στὸ ἄλογό του 5 ὀκάδες καὶ 160 δράμια κριθάρι τὴν ἡμέρα. Πόσες ἡμέρες θὰ περάσῃ τὸ ἄλογο μὲ 438 ὀκάδες καὶ 360 δράμια κριθάρι ;

33. Τμημα στρατοῦ ἐξοδεύει τὴν ἡμέρα 118 ὀκάδες καὶ 320 δράμια ψωμί. Πόσες ἡμέρες θὰ περάσῃ μὲ 6493 ὀκάδες καὶ 240 δράμια ψωμί ;

## Διάφορα προβλήματα

### Α'. Ἀπὸ μνήμης

1. Ἄν τὸ πρόβειο κρέας ἔχῃ 24000 δραχμὲς ἢ ὀκά, πόσο ἔχουν τὰ 200 καὶ πόσο τὰ 100 ; τὰ 50 ; τὰ 300 δράμια ;

2. Τὰ 250 δράμια μακαρόνια πρὸς 5600 δραχμὲς τὴν ὀκά, πόσες δραχμὲς ἔχουν ; Πόσες ἔχουν τὰ 125 δράμια ; Καὶ τὰ 375 δράμια ;

3. Πόσο στοιχίζουν 110 δράμια καφῆς πρὸς 36000 δραχμὲς ἢ ὀκά ; Καὶ τὰ 260 δράμια ;

4. Γιὰ  $\frac{3}{4}$  τῆς ὀκάς σαποῦνι ἔδωσα 6.000 δραχμὲς. Πόσο ἔχει ἡ ὀκά ;

5. Ὅταν ἡ ζάχαρη πωλεῖται πρὸς 12.600 δραχμὲς ἢ ὀκά, πόσο ἔχει τὸ  $\frac{1}{3}$  τῆς ὀκάς ;

Καὶ πόσο ἔχουν τὰ  $\frac{3}{4}$  ; τὰ  $\frac{5}{8}$  ; τὸ  $\frac{1}{10}$  τῆς ὀκάς ;

6. Τί στοιχίζουν 2 ρούπια χασῆς πρὸς 6.400 δραχμὲς ὁ πήχυς ; Καὶ τί στοιχίζουν τὸ 1 ; τὰ 3 ; τὰ 5 ρούπια ;

7. Ἐνα ὕφασμα πωλεῖται πρὸς 32.000 δραχμὲς τὸ μέτρο. Πόσο θὰ πληρώσωμε ἂν ἀγοράσωμε  $\frac{1}{4}$  τοῦ μέτρου ; Καὶ πόσο ἂν ἀγοράσωμε  $\frac{1}{8}$  ;  $\frac{5}{8}$  ;  $\frac{5}{10}$  ;  $\frac{8}{10}$  τοῦ μέτρου ;

8. Τὰ  $\frac{3}{8}$  ενός δρόμου είναι 1.350 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι ολόκληρος ο δρόμος ;

9. Τὰ  $\frac{4}{6}$  των μαθητών ενός σχολείου είναι 240 μαθηταί. Πόσοι είναι ὄλοι οί μαθηταί τοῦ σχολείου ;

10. Ἀπὸ ὕφασμα μήκους 10 μέτρων ἐπωλήθησαν 3,60 μ. καὶ κατόπιν  $\frac{4}{5}$  μ. Πόσο ὕφασμα ἔμεινε ;

11. Ἀπὸ οἰκόπεδο 1.500 τετραγωνικῶν τεκτονικῶν πήχων ἐπωλήθησαν  $620\frac{1}{2}$  τ. τ. πήχεις καὶ κατόπιν 180,40 τ. τ. πήχεις. Πόσοι τ. τ. πήχεις ἔμειναν ;

12. Τί θὰ μοῦ μείνη ἂν ἀπὸ 8  $\frac{3}{8}$  πήχεις χάσῃ κῶψω 1,60 πήχεις ; Καὶ τί ἂν ἀπὸ 15  $\frac{3}{4}$  πήχεις κῶψω 6,40 πήχεις ;

13. Ἡ Εὐαγγελία ἀγόρασε ἓνα πήχυ κορδέλα κι ἔδωσε  $2\frac{3}{4}$  τοῦ χιλιοδράχμου. Τί θὰ ἔδιδε ἂν ἀγόραζε 4 πήχεις ; Καὶ τί ἂν ἀγόραζε 10  $\frac{1}{2}$  πήχεις ;

14. Ποιὸς ἀριθμὸς εἶναι τὰ  $\frac{5}{7}$  τοῦ 560 ; Καὶ ποιὸς τὰ  $\frac{3}{4}$  τοῦ 960 ;

### Γ ρ α π τ ῶ ς :

1. Εἶχα 100.000 δραχμὲς καὶ ἔδωσα τὰ  $\frac{2}{5}$  γιὰ ἓνα βιβλίον καὶ τὰ 0,32 γιὰ μαντήλια. Πόσες δραχμὲς θὰ μείνουν ;

2. Μιά σανίδα εἶναι χωρισμένη σὲ τρία ἄνισα μέρη. Τὸ α' μέρος εἶναι τὸ  $\frac{1}{4}$  ὅλης τῆς σανίδας, τὸ β' τὰ  $\frac{2}{3}$  καὶ τὸ γ' ἔχει μῆκος 1,12 μέτρα. Πόσο εἶναι τὸ μῆκος ὅλης τῆς σανίδας ;

3. Γεωργὸς ἔφερε στὴν ἀγορὰ 125 ὀκάδες σιτάρι. Τὰ  $\frac{3}{5}$  τοῦ ποσοῦ τούτου ἐπώλησε πρὸς 2600 δραχμὲς τὴν ὀκὰ καὶ τὸ ὑπόλοιπο 2450 δραχ. Πόσες δραχμὲς εἰσέπραξε ἀπ' τὸ σιτάρι.

4. Παντοπώλης εἰσήγαγε στὸ κατάστημά του 1400 ὀκάδες ρύζι. Ἀπὸ τὴν ποσότητα αὐτὴ ἐπωλήθησαν τὴ μιὰ ἡμέρα τὰ 0,2 καὶ τὴν ἄλλη τὰ  $\frac{2}{7}$ . Τί ὑπόλοιπο ἔμεινε ;



5. Ὁ ἦχος διαγύει 340 περίπου μέτρα τὸ δευτερόλεπτο. Βλέπω τὴν ἀστραπή καὶ ὡς ὄτου ἀκούσω τὸν κρότο ἐπέρασαν 5,5 δευτερόλεπτα. Πόσα μέτρα μακρὰν μου ἔγινε ἡ ἀστραπή ;

6. Ἀπὸ ἓνα ὕψωμα βλέπω στὸ δάσος ἓναν ξυλοκόπο νὰ κόβῃ κορμὸ δένδρου. Ἀπὸ τὴ στιγμὴ ποῦ πέφτει τὸ τσεκούρι ὡς ὄτου ἀκούσω τὸν κρότο περνοῦν  $3\frac{1}{4}$  δευτερόλεπτα. Πόσα μέτρα μακρὰν μου εἶναι ὁ ξυλοκόπος ;

7. Τὸ φῶς ἔχει ταχύτητα 300.000.000 μέτρα τὸ δευτερόλεπτο. Γιὰ νὰ φθάσῃ τὸ φῶς τοῦ ἡλίου στὴ γῆ κάνει 8' καὶ 17". Πόση εἶναι ἡ ἀπόσταση μεταξὺ ἡλίου καὶ γῆς ;

8. Ὁ Α' ὀφείλει στὸ Β' 351  $\frac{3}{5}$  χιλιάδραχμα. Γιὰ νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος τοῦ ὁ Α', εἰργάσθη στὸ κτῆμα τοῦ Β', ἐπὶ 6 ἡμέρες μὲ ἡμερομίσθιο 36,6 χιλιάδραχμα. Τί ποσὸ ὀφείλει ἀκόμη ;

9. Ἐμπορος ἀγόρασε 124 πήχεις μαλλίνου ὑφάσματος πρὸς  $64\frac{3}{4}$  χιλιάδραχμα τὸν πήχυν καὶ 45  $\frac{1}{2}$  πήχεις βαμβακεροῦ ὑφάσματος πρὸς  $6\frac{1}{4}$  χιλιάδραχμα τὸν πήχυν. Τὰ δυὸ αὐτὰ ὑφάσματα ἐπώλησε καὶ εἰσέπραξε 8.175.000 δραχμές. Τί κέρδος εἶχε ;

10. Ἀγόρασα 12 ὀκάδες φασόλια Καστοριᾶς χονδρὰ πρὸς  $7\frac{1}{2}$  χιλιάδραχμα τὴν ὀκά, 8  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες φακὲς Χιλῆς πρὸς 5,2 χιλιάδραχμα τὴν ὀκά καὶ 4  $\frac{1}{4}$  ὀκάδες ξηρὰ δαμάσκηνα Σκοπέλου πρὸς 16,8 χιλιάδραχμα τὴν ὀκά. Μετὰ τὸ λογαριασμὸ ἐπλήρωσα μόνο 125 χιλιάδραχμα. Τί ὀφείλω ἀκόμη ;

11. Γιὰ  $\frac{3}{4}$  ὀκάδες οἶνοπνεύματος μοῦ ἐκράτησαν 10800 δραχμές. Πόσες δραχμές ἔχει ἡ ὀκά ; Πόσες τὰ 250 δράμια ; Καὶ πόσες ὀκάδες οἶνοπνεύματος ἀγοράζω μὲ 64800 δραχμές ;

12. Ὁ μηνιαῖος μισθὸς ὑπαλλήλου εἶναι 960000 δραχμές καὶ τὰ  $\frac{2}{15}$  τοῦ ποσοῦ τούτου κατατίθενται στὸ Ταχυδρομικὸ Ταμιευτήριον. Τί ποσὸ κατατίθεται τὸ μῆνα καὶ πόσο κεφάλαιον θὰ ἔχη σχηματισθῆ μετὰ 4 ἔτη καὶ 8 μῆνες ;



13. Ἐπιχειρηματίας ἀποθανῶν ἄφησε περιουσία 125.700.000 δραχμῶν καὶ ὥρισε μὲ διαθήκη νὰ διανεμηθοῦν ὡς ἑξῆς : Τὸ μεγαλύτερο παιδί του θὰ λάβῃ τὸ  $\frac{1}{3}$ , τὸ μικρότερο τὸ  $\frac{1}{2}$  καὶ ἡ σύζυγος τὸ ὑπόλοιπο. Πόσες δραχμὲς εἶναι τὸ μερίδιο ἐκάστου;

14. Ἄλλος ὥρισε μὲ διαθήκη νὰ μοιρασθῇ ἡ περιουσία του ὡς ἑξῆς : Τὸ πρῶτο παιδί θὰ λάβῃ τὸ  $\frac{1}{5}$ , τὸ δεύτερο τὸ  $\frac{1}{4}$ , τὸ τρίτο  $\frac{1}{3}$  καὶ τὸ ὑπόλοιπο ἐκ δραχμῶν 5.200.000 θὰ λάβῃ ἡ σύζυγός του. Πόση εἶναι ὄλη ἡ χρηματικὴ περιουσία καὶ τί μερίδιο θὰ λάβῃ κάθε παιδί ;

15. Ἀπὸ ἐπιδημία ἠσθένησαν τὰ 10% τῶν κατοίκων μιᾶς πόλεως μὲ πληθυσμὸ 124000 κατοίκων. Ἀπ' ὅσους ἠσθένησαν ἀπέθαναν τὸ  $\frac{1}{12}$ . Πόσοι ἀπὸ τοὺς κατοίκους ἠσθένησαν καὶ πόσοι ἀπέθαναν ;

16. Εἰς τὸ θερμόμετρον τοῦ Ρεωμόρου 80 βαθμοὶ ἰσοῦνται μὲ 100 βαθμοὺς Κελσίου. Οἱ 50 βαθμοὶ Ρεωμόρου μὲ πόσους βαθμοὺς Κελσίου ἰσοῦνται ;

17. Τὰ  $\frac{70}{100}$  περίπου τοῦ βάρους τοῦ ἀνθρώπου εἶναι νερό. Πόσα χιλιόγραμμα νερὸ ἔχει ἄνθρωπος βάρους 85 χιλιογράμμων ;

18. Ἐκ δύο ἀριθμῶν ὁ μεγαλύτερος εἶναι 85. Ἄν δὲ στὸ ἄθροισμα αὐτῶν προσθέσω τὸ 23 ἔχω τὸν ἀριθμὸ 150. Ποῖος εἶναι ὁ ἄλλος ἀριθμὸς ;

19. Ἐκ δύο ἄλλων ἀριθμῶν ὁ ἓνας εἶναι 120. Ἄν μεγαλώσω τὸν ἓναν κατὰ 30 καὶ τὸν ἄλλον κατὰ 25, ἔχω ἄθροισμα 250. Ποῖος εἶναι ὁ ἄλλος ἀριθμὸς ;

20. Ἐργάτης σκάπτει τὰ  $\frac{3}{4}$  ἐνὸς κτήματος σὲ 8 ἡμέρας καὶ ἄλλος ἐργάτης τὰ  $\frac{5}{6}$  αὐτοῦ σὲ 10 ἡμέρας. Σὲ πόσες ἡμέρας σκάπτουν τὸ κτῆμα καὶ οἱ δύο ἐργάτες ;

21. Ἐπάνω στὸ χάρτη τῆς Ἑλλάδος δύο πόλεις ἀπέχουν 28 πόντους. Ἡ κλίμαξ τοῦ χάρτου εἶναι 1 : 750.000. Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἡ ἀπόσταση τῶν δύο πόλεων ;

22. Εἰς τὸν ἴδιον χάρτη δύο λιμάνια ἀπέχουν 15 πόντους. Νὰ εὑρεθῇ: α') Πόσα χιλιόμετρα εἶναι ἡ ἀπόσταση τῶν δύο λιμανιῶν· καὶ β') μὲ πόσα μίλια ἰσοῦνται τὰ χιλιόμετρα αὐτά; (1 μίλι = 1,852 χιλιόμετρα).

23. Εἰς ἄλλο χάρτη ὑπὸ κλίμακα 1 : 1.000.000 τὸ λιμάνι Α' ἀπέχει ἀπὸ τὸ λιμάνι Β' 28 πόντους. Πόσα μίλια εἶναι ἡ ἀπόσταση τῶν δύο λιμανιῶν;

24. Τὸ ἀτμόπλοιο «Ἰθάκη» ἀνεχώρησε στὶς 5 τὸ πρωῒ ἀπὸ τὸ λιμάνι Α' μὲ ταχύτητα  $13\frac{1}{2}$  μιλίων τὴν ὥρα. Ποιὰ ὥρα θὰ φθάσῃ στὸ λιμάνι Β' ;

